ЛЯПУНОВСКИЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ

А.Л. Фрадков
Институт проблем машиноведения РАН,
199178, С.-Петербург, Большой пр. В.О., 61
e-mail: alf@ccs.ipme.ru

Дается обзор некоторых результатов по синтезу систем управления нелинейными колебаниями, полученных за последние годы в лаборатории "Управление сложными системами" ИПМАШ РАН.

1 Введение

Методы Ляпунова стали одним из основных инструментов исследований по области нелинейных наук в XX столетии. Первоначально они использовались для исследования устойчивости. Позже стало ясно, что функции Ляпунова предоставляют собой мощный инструментарий для решения разнообразных проблем анализа и синтеза нелинейных систем. Функции Ляпунова стали применяться для изучения существования, устойчивости и получения оценок качества колебательных режимов систем. Они также используются как инструменты синтеза, позволяющие найти алгоритм управления, обеспечивающий желаемые свойства системы.

В течение последних двух десятилетий значительный интерес вызывали задачи анализа хаотических систем, а в 90-е годы к ним прибавились задачи управления хаотическими системами. Специфические свойства хаотических режимов привели к новым проблемам, однако функции Ляпунова снова оказались полезными для их решения.

В настоящей работе рассматривается несколько задач возбуждения и синхронизации нелинейных колебаний, решаемых с помощью метода функций Ляпунова.

2 Метод скоростного градиента

Исследования последних лет показали, что для синтеза колебательных систем с успехом может применяться метод скоростного градиента, применявшийся ранее для задач стабилизации и слежения в нелинейных и адаптивных системах. Существо метода состоит в следующем.

Рассмотрим уравнение управляемого объекта в следующем виде

$$\frac{dx}{dt} = F(x,u,t), \tag{1}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $F(x,u,t)$ — непрерывно дифференцируемая по (x,u) и кусочно-непрерывная по t вектор-функция, $u \in \mathbb{R}^m$ — вектор входов.

Рассмотрим задачу определения закона управления $u(t)$, обеспечивающую цель управления

$$Q(x(t),t) \to 0, \quad \text{при} \;\; t \to \infty, \tag{2}$$

где $Q(x,t) \geq 0$ — гладкая целевая функция.

Для решения поставленной задачи используется метод скоростного градиента [1, 2, 3], состоящий в следующем. Определим функцию $\omega(x,u,t)$ как скорость изменения $Q(x,t)$ вдоль траектории объекта управления: $\omega(x,u,t) = (\nabla_x Q)^T F(x,u,t) + \partial Q/\partial t$. Алгоритм

$$\frac{d}{dt}(u + \psi(x,u,t)) = -\mathbf{\Gamma}\nabla_u \omega(x,u,t), \tag{3}$$

где $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Gamma}^* \geq 0$ — $m \times m$-матрица коэффициентов усиления, а вектор-функция $\psi(x,u,t)$ образует острый угол со скоростным градиентом $\nabla_u\omega(x,u,t)$ $(\psi^T\nabla_u\omega \geq 0)$ называется *алгоритмом скоростного градиента в комбинированной форме* [2].

Основными частными случаями (3) являются алгоритм скоростного градиента в дифференциальной форме

$$\frac{du}{dt} = -\mathbf{\Gamma}\nabla_u\omega(x,u,t), \tag{4}$$

и в конечной форме:

$$u = -\psi(x,u,t). \tag{5}$$

Типичные примеры алгоритма (5) — это линейный алгоритм $u = -\mathbf{\Gamma}\nabla_u\omega(x,u,t)$ и релейный алгоритм $u = -\mathbf{\Gamma}\mathrm{sign}(\nabla_u\omega(x,u,t))$, (знак вектор-функции понимается покомпонентно)

Теоремы о достижении цели управления для систем скоростного градиента (1), (3) приведены в [1, 2, 3, 4, 5]. В [5] они были применены в задаче адаптивного управления хаотическим уравнением Дуффинга. В доказательствах были использованы функции Ляпунова, основанные на целевой функции. Например, для алгоритма (3) можно использовать следующую функцию Ляпунова:

$$V(x,u,t) = Q(x,t) + \frac{1}{2}(u - u_* + \psi(x,u,t))^*\mathbf{\Gamma}^{-1}(u - u_* + \psi(x,u,t)). \tag{6}$$

Однако для целей управления колебательными системами предыдущие результаты применимы не всегда. Причина состоит в том, что целевые функции в этих задачах не являются растущими, т.е. не имеют бесконечно большой низший предел на бесконечности. Кроме того, зачастую в задачах управления колебательными системами (например, в системах типа маятника) множество $\{x \in \mathbb{R}^n \;:\; \dot{Q}(x) = 0\}$ не является компактным, т.е. теоремы Барбашина–Красовского и Ла–Салля непосредственно не применимы. Условия, обеспечивающие достижение цели (2) в задачах стабилизации энергии гамильтоновой управляемой системы, были получены в [6]. В [7] они были распространены на задачи стабилизации нескольких первых интегралов свободной системы (1) (получаемой из (1) при $u = 0$). В [8] при помощи численной оценки ляпуновских показателей было показано, что алгоритм скоростного градиента для стабилизации уровня энергии двойного маятника позволяет создать хаотическое движение с заданным значением верхнего показателя Ляпунова. Ниже мы формулируем более общий результат по методу скоростного градиента для стационарных систем, линейных по управлению

$$\begin{cases} dx/dt = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \tag{7}$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ — состояние, $y(t) \in \mathbb{R}^l$ — выход, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ — вход.

Рассмотрим следующую цель управления:

$$y(t) \to 0 \quad \text{при} \quad t \to \infty. \tag{8}$$

Цель может быть переформулирована в виде (2) с целевой функцией $Q(x) = \frac{1}{2}\|h(x)\|^2$. Для этой целевой функции линейный алгоритм скоростного псевдоградиента записывается следующим образом

$$u = -\mathbf{\Gamma}\left(L_g h(x)\right)^T h(x), \tag{9}$$

где $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Gamma}^T > 0$, а $L_g h$ обозначает производную Ли функции h вдоль векторного поля g, т.е. $L_g h(x) = (\partial h(x)/\partial x) g(x)$.

Следующая теорема описывает свойства алгоритма (9).

Теорема 1 [9] Рассмотрим систему (7), (9) при следующих предположениях:

A1. Функции f, g, h — гладкие и ограниченные вместе со своими первыми и вторыми частными производными в области $\Omega_0 = \{x \in \mathbb{R}^n \ : \ Q(x) \leq Q_0\}$ для некоторого Q_0.

A2. Для всех $x \in \mathbb{R}^n$ выполнено неравенство $h(x)^T L_f h(x) \leq 0$.

A3. Для некоторого $\varepsilon > 0$ любое связное подмножество множества D_ε ограничено, где

$$D_\varepsilon = \Omega_0 \cap \{x \in \mathbb{R}^n \ : \ \det\left((L_g h(x))^T L_g h(x)\right) \leq \varepsilon\}.$$

A4. Матрица $L_g h(x)$ имеет полный ранг всюду в Ω_0.

Тогда для любых начальных условий $x(0) \in \Omega_0$ достигается цель (8).

Замечание 1. Если условие A4 нарушено на некотором множестве D_0, то можно показать, что все траектории замкнутой системы стремятся к максимальному инвариантному подмножеству M_0, содержащемуся в D_0. Предположим, что множество M_0 счетно и состоит из изолированных точек, причем матрица Якоби $\partial f/\partial x$ в точках из M_0 неустойчива (имеет по крайней мере одно собственное значение с положительной вещественной частью). Тогда можно показать, что утверждение теоремы остается верным, если начальные условия принадлежат некоторому открытому плотному в Ω_0 множеству, т.е. для почти всех начальных условий из Ω_0.

Замечание 2. Следует отметить, что теорема не накладывает ограничений на матрицу $\mathbf{\Gamma}$, кроме ее положительной определенности. Этот факт показывает, что результат верен при произвольно малых коэффициентах усиления и при произвольно малом уровне управляющего воздействия. Данное свойство весьма важно в задачах управления колебательными системами.

Для доказательства теоремы используется в качестве функции Ляпунова целевая функция $Q(x)$. Известные результаты о стабилизации равновесия Бернса–Исидори–Виллемса [10] являются частными случаями теоремы. Распространение теоремы 1 на системы, неафинные по управлению, а также на системы, эволюционирующие на многообразиях, представлено в работе [11].

3 Адаптивное управление синхронизацией минимально-фазовых систем

Рассмотрим задачу синхронизации двух нелинейных неопределенных систем с помощью обратной связи по выходу. Модели систем имеют следующий вид

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, t) + B_i u, \quad y_i = Cx_i, \tag{10}$$

где $i = 1, 2$, $x_i \in \mathbb{R}^n$ — векторы состояния, $y_i \in \mathbb{R}^l$ — измеряемые выходы, f_i — некоторые функции, включающие линейные и нелинейные части, C — некоторая постоянная матрица (мы предполагаем, что выходы систем являются однотипными). B_i $(B_1 \neq B_2)$ — матрицы усиления, $u \in \mathbb{R}^m$ — вектор управляющих переменных.

Цель синхронизации формулируется следующим образом

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = 0, \tag{11}$$

где $e(t) = x_1(t) - x_2(t)$ — вектор ошибки.

Предположим, что некоторые параметры линейной и нелинейной части (10) неизвестны конструктору алгоритма синхронизации. Иными словами, они зависят от некоторого вектора неизвестных параметров $\xi \in \Xi$, где Ξ — некоторое известное множество.

Задача состоит в том, чтобы определить закон управления, использующий только измеряемые величины y_i и некоторую информацию о нелинейностях таким образом, чтобы цель (11) достигалась для всех $\xi \in \Xi$.

Для решения задачи запишем уравнение ошибки

$$\frac{de}{dt} = Ae + \Phi(x_1, x_2, t) + Bu, \tag{12}$$

где Φ — некоторая вектор-функция, состоящая из линейной и нелинейной частей, A — линейная часть уравнения ошибки, $B = B_1 - B_2$. Наложим основное ограничение на рассматриваемую задачу: предположим, что возможно представление вектор-функции $\Phi(x_1, x_2, t)$ в виде

$$\Phi(x_1, x_2, t) = \sum_{k=1}^{m} B_k \left[\xi_k^T z_k(x_1, x_2, t) + v_k(x_1, x_2, t)\right], \tag{13}$$

где B_k — столбцы матрицы B, $\xi_k \in \mathbb{R}^N$ — постоянные векторы неизвестных параметров и значения вектор-функции $z_k(\cdot) \in \mathbb{R}^N$ и скалярные функции $v_k(\cdot)$ доступны измерению. Предположение (13) означает, что все нелинейности и неопределенности могут быть, в принципе, компенсированы управлением. Оно не означает, однако, ни то, что неизвестные параметры входят в модель линейно, ни то, что все неопределенности могут быть уничтожены при подходящем выборе управления (поскольку член с A в правой части (12) может не поддаваться компенсации). Поэтому (13) может быть названо *ослабленным условием согласованности.*

Для решения поставленной задачи выберем следующую структуру адаптивного регулятора

$$u_k = \theta_{0k}^T(y_1 - y_2) + \theta_{1k}^T z_i(x_1, x_2, t) - v_k(x_1, x_2, t), \tag{14}$$

где $\theta_{0k} \in \mathbb{R}^l$, $\theta_{1k} \in \mathbb{R}^N$ — векторы настраиваемых параметров. Алгоритм адаптации основан на методе скоростного градиента и выглядит в интегральной форме следующим образом

$$\theta_{jk}(t) = -\psi_{jk}(w_{jk}(t)) - \mathbf{\Gamma}_{jk} \int_0^t w_{jk}(s)ds \tag{15}$$

где $j = 0, 1;$ $w_{0k} = g_k^T(y_1 - y_2)(y_1 - y_2);$ $w_{1k} = g_k^T(y_1 - y_2)z_k$, $\mathbf{\Gamma}_{jk} = \mathbf{\Gamma}_{jk}^T \geq 0$ — матрицы коэффициентов усиления, $g_k \in \mathbb{R}^l$ — столбцы матрицы G параметров регулятора и $\psi_{jk}(w)^T w \geq 0$ для всех w (например, $\psi = w$ или $\psi = \mathrm{sign}(w)$).

Для формулировки условий применимости предложенного алгоритма напомним следующее определение.

Определение. [3] Система $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$, где $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^l$ называется *строго минимально фазовой*, если она *минимально-фазовая* (т.е. полином $\varphi(\lambda) = \det(\lambda I - A)\det W(\lambda)$, где $W(\lambda) = C(\lambda I - A)^{-1}B$ устойчив) и матрица $CB = \lim\limits_{\lambda\to\infty} \lambda W(\lambda)$ симметрична и положительно определена.

Теорема 2. [12, 13]. Пусть $l \times m$-матрица G со столбцами $g_k, k = 1, \ldots, m$ выбрана так, что система с передаточной функцией $W(\lambda) = G^T C(\lambda I - A)^{-1}B$ является строго минимально-фазовой для всех $\xi \in \Xi$. Выберем алгоритм адаптации в виде (15).

Тогда траектории системы (15) и вектор ошибок $e(t)$ ограничены, и достигается следующая цель

$$\int_0^{t_*} ||e(t)||^2 dt < \infty, \tag{16}$$

где t_* — максимальное время существования решений (10), (14), (15). Более того, если функция $z_k(x_1, x_2, t)$ ограничена в каждой области $\{(e, t) : ||e|| \leq r,\ t \geq 0\}$, то траектории системы (12),(14) тоже ограничены, и цель (11) достигается.

Доказательство теоремы 2 основано на функции Ляпунова

$$V(x,\theta,t)=\frac{1}{2}e^TPe+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{m}\Big[||\theta_{0k}+\psi_{0k}-\theta^*_{0k}||^2_{\mathbf{\Gamma}_0^{-1}}+||\theta_{1k}+\psi_{1k}-\xi_k||^2_{\mathbf{\Gamma}_1^{-1}}\Big] \qquad (17)$$

и следующей лемме:

Л е м м а 1. [2]. Положим, что $\mathrm{rank}(B)=m$. Тогда существует положительно определенная $n\times n$-матрица $P=P^T>0$, $l\times m$-матрица G и $m\times l$-матрица θ_* такие, что $PA_*+A_*^TP<0,\ PB=C^TG,\ A_*=A+B\theta_*C$ тогда и только тогда, когда система $\dot{x}=Ax+Bu,\ y=G^TCx$ является строго минимально-фазовой.

Можно показать, что строгая минимально-фазовость необходима и достаточна для существования функции Ляпунова (17) со свойствами $V(x)>0$ для $x\neq 0,\theta\neq\theta_*$ и $\dot{V}(x)<0$ for $x\neq 0)$.

Предложенный подход был применен к адаптивной синхронизации двух цепей Чуа [9, 14]. Случай нелинейной номинальной части синхронизированной системы был рассмотрен в [16]. Более общее определение управляемой синхронизации предложено в [15].

4 Управление на основе отображения Пуанкаре

Идея использования отображения Пуанкаре (точечного отображения) для управления хаотическими колебаниями была предложена Оттом, Гребоджи и Йорке [17] и явилась основой значительного количества публикаций. Однако, ряд задач остались нерешенными, в частности, не были рассмотрены задачи адаптивного управления по выходу. Нами получено решение этой задачи, основанное на использовании метода рекуррентных целевых неравенств [18], предложенного В.А. Якубовичем в 1966 году.

Рассмотрим нелинейную управляемую систему, описанную моделью состояния

$$\frac{dx}{dt}=F(x,u),\quad y=h(x), \qquad (18)$$

где $x=x(t)$ — $n-$мерный вектор состояния; $u=u(t)$ — скалярный вход (управляющее воздействие); $y=y(t)$ — скалярная выходная переменная, доступная измерению. Задача состоит в определении закона управления (алгоритма управления) $u(t)=U\{y(\tau),u(\tau),0\leq\tau\leq t\}$ в виде $u(t)\in$U, где U — выпуклое множество допустимых значений управления, например, U=[-$\overline{u}$,$\overline{u}$] for $\overline{u}$>0). Требуется обеспечить достижение следующей цели управления

$$|y(t)-y_*(t)|<\Delta, \qquad (19)$$

где $y_*(t)$=$h(x_*(t))$ — желаемая выходная функция, соответствующая желаемой периодической или рекуррентной траектории (орбите) $x_*(t)$ системы (18) для $u(t)\equiv u_*$. Напомним, что траектория $x(t)$ называется *рекуррентной*, если для каждого ε >0 она возвращается в ε-окрестность своей произвольной точки не позже, чем через некоторое ограниченное время T_ε. (Свойство рекуррентности было введено Дж. Биркгофом в 1927 году.

Трудность поставленной задачи вызвана ее существенной нелинейностью. Более того, во многих приложениях некоторые из параметров системы (18) неизвестны, т.е. желаемая орбита $x_*(t)$ и "идеальное" управление u_* также неизвестны. Наконец, иногда значения $y_*(t)$ определены и $y(t)$ доступно измерению только в некоторые моменты $t_k, k{=}1,2,...$

Для решения задачи мы формулируем ее дискретизованный вариант. Положим, что в пространстве состояний системы задана гиперповерхность S_u, которая зависит от значения управления как от параметра и пересекает данную опорную траекторию $\overline{x}(t)$ в точке $\overline{x}_0 = \overline{x}(0)$. Предположим далее, что S_u трансверсально к $x(t)$ для всех $u\in$U. Можно показать, что в этом случае существует (меньшее) открытое множество $\overline{S}_u \subset S_u$ такое, что каждая траектория (18), начинающаяся в точке $x \in \overline{S}_u$ пересечется снова с поверхностью S_u в точке $x'{=}P(x,u)$. Отображение $P : \overline{S}_u \times \mathrm{U} \to S_u$ называется управляемым отображением Пуанкаре. Оно определяет новую дискретную систему управления

$$x_{k+1} = P(x_k,u_k), \quad y_k = h(x_k), \quad k = 1,2,... \tag{20}$$

где $u_k \in$U, $x_k = x(t_k) \in S_{u_k}$, по крайней мере для x_k, близких к $\overline{x}$. Траектория (20) совпадает с траекторией исходной системы (18) в моменты t_k пересечения $x(t)$ с поверхностью S_{u_k}, если управляющее воздействие кусочно-постоянно между пересечениями: $u(t) = u_k$, $t_k \le t < t_{k+1}$. Пусть $z \in \mathbb{R}^{n-1}$ — вектор координат в окрестности $\overline{S}$ в точке $\overline{x}_0$ в некотором координатном базисе $z(x)$. Без потери общности мы можем предположить, что $z(\overline{x}_0){=}0$ и рассмотреть систему (20) в фазовом пространстве $\mathbb{R}^{n-1}$:

$$z_{k+1} = \tilde{P}(z_k,u_k), \qquad y_k = \tilde{h}(z_k), \tag{21}$$

где $\tilde{P}(0,0){=}0$; $\tilde{h}(0){=}0$. Тогда дискретная система (21) может быть описана моделью вход–выход

$$y_{k+1} + \ldots + a_{n-2}y_{k-n+2} = b_0u_k + .. + b_{n-2}u_{k-n+2} + \varphi_k \tag{22}$$

где a_i, b_i — коэффициенты передаточной функции линеаризованной системы (21) : $\frac{B(\lambda)}{A(\lambda)}{=}C(\lambda I\text{-}A)^{-1}B$, $C{=}\frac{\partial\tilde{h}(0)}{\partial z}$, $B(\lambda){=}\sum_{i=0}^{n-2} b_i\lambda^i$, $A(\lambda){=}\lambda^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} a_i\lambda^i$, а возмущение φ_k удовлетворяет неравенству

$$|\varphi_k| \le L_\varphi(1 + \|A\|)^{2n}(\Delta_z^2 + \Delta_u^2) \tag{23}$$

Введем вектор настраиваемых параметров $\vartheta_k = b_{0k}^{-1}\,\mathrm{col}\,\{1, \hat{a}_{0k}, \ldots, \hat{a}_{n-2,k}, -\hat{b}_{1k}, \ldots, -\hat{b}_{n-2,k}\} \in \mathbb{R}^{2n-2}$ и вектор наблюдаемых величин (регрессор) $\omega_k = \mathrm{col}\,\{y_*, y_k, \ldots, y_{k-n+2}, u_{k-1}, \ldots, u_{k-n+2}\} \in \mathbb{R}^{2n-2}$ и выберем закон управления следующим образом

$$u_k = \begin{cases} \vartheta_k^T w_k \ \text{ if } |\vartheta_k^T w_k| \le \overline{u} \\ u_{k-1} \ \text{ иначе} \end{cases} \tag{24}$$

Алгоритмы адаптации основаны на методе целевых неравенств и содержат зоны нечувствительности, которые парируют влияние как возмущения, так и ошибок измерения. Возмущение модели (22) становится существенным вне некоторой окрестности опорной траектории $\overline{x}(t)$. Поэтому, представляется оправданным введение инверсных, или внешних зон нечувствительности (отключение адаптации для больших значений $\|x_k - \overline{x}(t_k)\|$ или $\|z_k - \overline{z}_k\|$, превышающих некоторый порог), дополнительно к основной "целевой" зоне нечувствительности. В итоге алгоритм адаптации выглядит следующим образом [19]

$$
\begin{aligned}
\mu_{k+1} &= \begin{cases} 1 \text{ если } |y_{k+1} - y_*| > \Delta_y \text{ и} \\ \quad |y_{k-i} - \overline{y}(t_{k-i})| < \overline{\Delta}, i = 0..N-1, \\ 0, \text{ иначе;} \end{cases} \\
\vartheta'_{k+1} &= \begin{cases} \vartheta_k - \gamma \operatorname{sign}(b_0)(y_{k+1} - y_*) w_k / |w_k|^2 \\ \qquad \text{если } \mu_{k+1} = 1, \\ \vartheta_k \text{ иначе;} \end{cases} \\
u'_{k+1} &= \vartheta'^{T}_{k+1} w_{k+1} \\
\vartheta_{k+1} &= \begin{cases} \vartheta'_{k+1}, \text{ если } |u'_{k+1}| \le \overline{u} \text{ и } \mu_{k+1} = 1 \\ \vartheta'_{k+1} - (u'_{k+1} - \overline{u})/|w_k|^2, \\ \qquad \text{если } u'_{k+1} > \overline{u} \text{ и } \mu_{k+1} = 1 \\ \vartheta'_{k+1} - (u'_{k+1} + \overline{u})/|w_k|^2, \\ \qquad \text{если } u'_{k+1} < -\overline{u} \text{ и } \mu_{k+1} = 1 \\ \vartheta_k, \text{ если } \mu_{k+1} = 0. \end{cases}
\end{aligned} \tag{25}
$$

где $\gamma > 0$ — коэффициент усиления адаптации, $\overline{u}$ — максимальное абсолютное значение управления, Δ_y — максимальная желаемая разница между y_k и y_*, $\overline{\Delta}$ связано с размером "трубки" в пространстве состояния около базовой траектории $\overline{x}(t)$, где определена модель вход–выход (22). Для формулировки условий работоспособности алгоритма вводится следующий вариант свойства наблюдаемости: дискретная нелинейная система (21) называется *N-наблюдаемой*, если

$$\forall \varepsilon > 0 \;\; \exists \delta > 0 : |y_{k+i}| < \delta, i = 0..N-1 \Rightarrow \|z_k\| < \varepsilon \tag{26}$$

Результат о сходимости предложенного адаптивного регулятора содержится в следующем утверждением.

Теорема 3 [19]. Пусть F в (18) — дважды непрерывно дифференцируема, h — непрерывно дифференцируема. Предположим, что

A1. Опорная траектория $\overline{x}(t)$ рекуррентна;

A2. Система (21) N-наблюдаема для некоторого $N > 0$;

A3. Знак b_0 в (22) известен;

A4. Параметры системы и цель удовлетворяют следующим ограничениям:

$$|b_0| - \sum_{i=1}^{n-2} |b_i| > 0, |y_*| < \overline{u} \left(|b_0| - \sum_{i=1}^{n-2} |b_i| \right). \tag{27}$$

Тогда существует $\Delta_0 > 0$ такое, что для каждого $\Delta_y < \Delta_0$ существует $\overline{\Delta} > \Delta_0$, $\gamma > 0, \lambda \in (0,1)$ Такие, что цель (19) с λy_* и $\lambda \Delta_y$ для всех достаточно больших $k > 0$ в системе (18), (24), (25) с ограничением $|u_k| < \lambda \overline{u}$.

Доказательство теоремы основано на функции Ляпунова $V(x) = \|\theta - \theta_*\|^2$. Вышеуказанный алгоритм был успешно применен к задачам адаптивного управления моделью брюсселятора с внешним возбуждением, моделью Ресслера и моделью Кукушкина–Осипова химической реакции с фазовым переходом [20, 21].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Фрадков А.Л. Схема скоростного градиента и ее применения в задачах адаптивного управления. Автоматика и телемеханика, 1979, N 9, С. 90-101.

[2] Фрадков А.Л. Адаптивное управление в сложных системах. М.: Наука, 1990.

[3] Fradkov A.L. Speed-gradient laws of control and evolution. Proceedings of the 1st European Control Conference. Grenoble, July 2-5,1991, pp.1861-1865.

[4] Fradkov A.L. Nonlinear adaptive control: regulation-tracking-oscillations. Proc. of the 1st IFAC Workshop "New trends in design of control systems", 1994, pp.426-431.

[5] Fradkov A.L., Pogromsky A.Yu. Speed-gradient control of chaotic continuous-time systems. IEEE Trans.Circ. and Syst., part I, v.43, No11 pp.907-913.

[6] Fradkov A.L. Swinging control of nonlinear oscillations. International J. Control, v.64, No 6, 1996, pp.1189-1202.

[7] Fradkov A.L., Makarov I.A., Shiriaev A.S., Tomchina O.P. Control of oscillations in Hamiltonian systems. Proc. of 4th European Contr.Conf.(ECC'97), Brussels, 1997.

[8] Konjukhov A.P., Nagibina O.A., Tomchina O.P. Energy based double pendulum control in periodic and chaotic mode. Proc. of 3rd Intern. Conf. on Motion and Vibration Control (MOVIC'96), Chiba, Japan, 1996, pp.99-104.

[9] Fradkov A.L., Pogromsky A.Yu. Introduction to control of oscillations and chaos. World Scientific, Singapore, 1998.

[10] Byrnes C.I., Isidori A., Willems J.C. Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems. IEEE Trans. Autom. Control, Vol.36, No11, Nov. 1991, pp.1228-1240.

[11] Shiriaev A.S., Fradkov A.L. Stabilization of invariant manifold for nonaffine nonlinear systems. IFAC - NOLCOS'98. pp.215-220. 1998.

[12] Markov A.Yu., Fradkov A.L. Adaptive synchronization of coupled chaotic systems, In: Fractals and Chaos in Chemical Engineering, World Scientific, 1997, pp.628-639.

[13] Markov A.Yu., Fradkov A.L. Adaptive synchronization of chaotic systems based on speed gradient method and passification. IEEE Trans. Circ. Syst, Part I, N 11, 1997б pp.905-912.

[14] Fradkov A.L. Adaptive synchronization of hyper-minimum-phase systems with nonlinearities", Proc. 3rd IEEE Mediterranean Symposium on New Directions in Control and Automation, Limassol, July 1995, v.1, pp.272-277.

[15] Blekhman I.I., Fradkov A.L., Nijmeijer H., Pogromsky A.Yu. On self-synchronization and controlled cynchronization. Systems and Control Letters, v.31, pp.299–305, 1997.

[16] Pogromsky A.Yu. Synchronization of semipassive systems. Proc. 1st International Conf."Control of Oscillations and Chaos", St.Petersburg, Aug. 27-29, 1997.

[17] Ott E., Grebogy C., Yorke J. Controlling chaos. Phys.Rev.Lett., v.53(11), pp.1196-1199, 1990.

[18] Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Наука, 1981.

[19] Fradkov A.L., Guzenko P.Yu. Adaptive control of oscillatory and chaotic systems based on linearization of Poincare map. Proc. of 4th European Contr.Conf.(ECC'97), Brussels, 1997.

[20] Гузенко П.Ю. Дискретное управление непрерывными хаотическими системами. В кн.:"Анализ и управление нелиненйыми колебательными системами". С. 53–84. СПб: Наука, 1998.

[21] Fradkov A.L., Guzenko P.Yu., Kukushkin S.A., Osipov V.A. Dynamics and control of thin film growth from multicomponent gas. J. of Physics D: Applied Physics. vol. **30**(20), pp 2794–2797, 1997.