

# ДЕМПФИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ КОСМИЧЕСКОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА УПРАВЛЕНИЕМ МАЛОЙ МОЩНОСТИ

А.Л. Фрадков\*, Б.Р. Андриевский\*\*  
Институт проблем машиноведения РАН,  
Большой пр. В.О., 61, Санкт-Петербург, 199178, Россия.  
Факс: +7(812) 321-4771, Тел.: +7(812) 321-4766.  
E-mails: {alf,andr}@control.ipme.ru

**Ключевые слова:** вращающийся спутник, демпфирование, энергетический алгоритм

*Статья посвящена задаче стабилизации угловой скорости вращения космического летательного аппарата (КЛА). Рассматриваются КЛА, имеющие пассивный поглотитель энергии вращения в виде пружинного инерционного демпфера и малые бортовые корректирующие двигатели. На КЛА действуют переменный по времени момент возмущения и управляющий момент. Синтез алгоритма управления выполнен методом скоростного градиента (СГ) с использованием энергетического подхода. Представлены результаты численного исследования поведения замкнутой системы, показывающие эффективность СГ-алгоритма управления и робастность системы по отношению к амплитуде возмущающего момента.*

## 1. Введение

Рассматривается вращающийся спутник с периферическим демпфером нутационных колебаний. Данная система состоит из твердого тела, вращающегося относительно некоторой главной оси  $Z$  и поглотителя энергии в виде пружинного инерционного демпфера. Принят периферический демпфер, являющийся более эффективным, чем осевой при значительном изменении углов нутации [1]. Малые реактивные двигатели могут развивать управляющий момент  $M_C$  относительно оси  $Z$ . На спутник действует также переменный момент возмущений  $M_E(t)$ , который считается гармоническим. На практике такой момент может возникнуть, например, при раскрутке или торможении несбалансированного ротора, размещенного на КЛА [2,3]. В статье предлагается алгоритм управления, предназначенный для стабилизации скорости вращения КЛА относительно заданного значения при отсутствии нутации и прецессии. Синтез закона управления выполнен на основе метода скоростного градиента (СГ) с использованием энергетического подхода [4–6]. Соответствующая функция Ляпунова отличается от функции, использованной в работах [2,3].

## 2. Уравнения динамики системы и исследование неуправляемого движения

Используем, для простоты, модель углового движения спутника с одной степенью свободы. Тогда с учетом перемещения груза в демпфере имеется две степени свободы системы. Демпфер центрирован относительно связанной оси  $X$  и имеет сосредоточенный груз массы  $m$ . Этот груз может перемещаться вдоль оси, перпендикулярной к  $X$  на некотором расстоянии от главной оси  $Z$ . При указанных предположениях можно записать уравнения системы спутник-демпфер в виде [3]:

$$\begin{cases} (I + m(1 - \mu)y^2)\dot{\omega} + 2m(1 - \mu)y\dot{y}\omega - mby\ddot{y} = M(t), \\ m(1 - \mu)\ddot{y} + cy\dot{y} + (k - (1 - \mu)\omega^2)y - b\dot{\omega} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\omega, y$  – угловая скорость вращения спутника и смещение массы в демпфере;  $I, m, k, c$  – момент инерции спутника относительно оси  $Z$ , масса груза в демпфере, коэффициенты упругости пружины и вязкого трения;  $\mu = m/m_T$ , где  $m_T$  – полная масса системы. Момент внешних сил  $M(t)$  является суммой возмущающего и управляющего моментов, т.е.  $M(t) = M_E(t) + M_C(t)$ . Примем что  $|M_C(t)| \leq \bar{M}$ , где  $\bar{M}$  – ограничение на величину управляющего момента.

Исследование системы (1) показывает, что при  $M(t) \equiv 0$  и начальном состоянии, лежащем в некоторой окрестности нуля, система диссипативна и ее решения сходятся к некоторому постоянному значению  $\omega^*$  угловой скорости и нулевому смещению груза в демпфере. Если эти условия нарушены, отклонение  $y(t)$  может оказаться недопустимо большим и система может совершать хаотические колебания относительно двух ненулевых состояний устойчивого равновесия. Для избежания таких режимов и повышения качества работы системы используем дополнительный управляющий момент  $M_C$  со стороны малых бортовых двигателей.

## 3. Синтез закона управления

Целью управления является стабилизация желаемого состояния  $[y, \dot{y}, \omega]^T = [0, 0, \omega_{ref}]^T$ . Эта цель соответствует вращению спутника с заданной постоянной скоростью  $\omega(t) \equiv \omega_{ref}$  и нулевому смещению груза  $y(t) \equiv 0$ . Следуя [5,6], при синтезе алгоритма используем энергетический подход и применим СГ-метод [4].

Полная энергия  $H$  системы (1) определяется выражением

\* Д.т.н., профессор, заведующий лабораторией

\*\* К.т.н., доцент, старший научный сотрудник

$$H(y, \dot{y}, \omega) = \frac{1}{2} \left( (m(1-\mu) + k)y^2 + I \right) \omega^2 - mb\dot{y}\omega - \frac{1}{2} m(1-\mu)y^2. \quad (2)$$

Подстановкой  $y = \dot{y} = 0$ ,  $\omega = \omega_{ref}$  в (2) находим желаемое значение энергии  $H_{ref} = 0.5I\omega_{ref}^2$ . Введем целевую функцию  $Q = |H - H_{ref}|^2$ , откуда получим СГ-алгоритмы управления в конечной форме [4]. Это приводит к "пропорциональному" и релейному алгоритмам, имеющим вид:

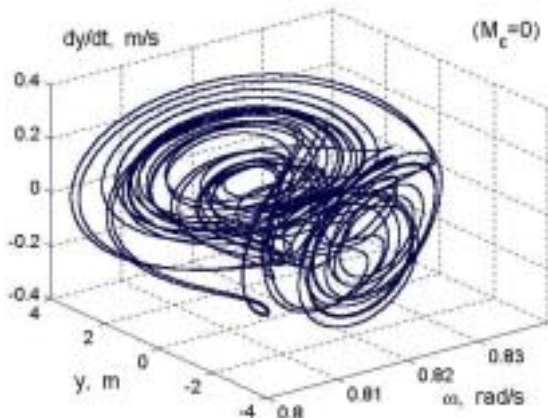
$$M_c(y, \dot{y}, \omega, H_{ref}) = \gamma (H_{ref} - H(y, \dot{y}, \omega)) \cdot \left( \omega + \dot{\tilde{y}} (\tilde{I} + \tilde{y}^2 - 1)^{-1} \right), \quad (3)$$

$$M_c(y, \dot{y}, \omega, H_{ref}) = \gamma \operatorname{sign}(H_{ref} - H(y, \dot{y}, \omega)) \cdot \operatorname{sign} \left( \omega + \dot{\tilde{y}} (\tilde{I} + \tilde{y}^2 - 1)^{-1} \right), \quad (4)$$

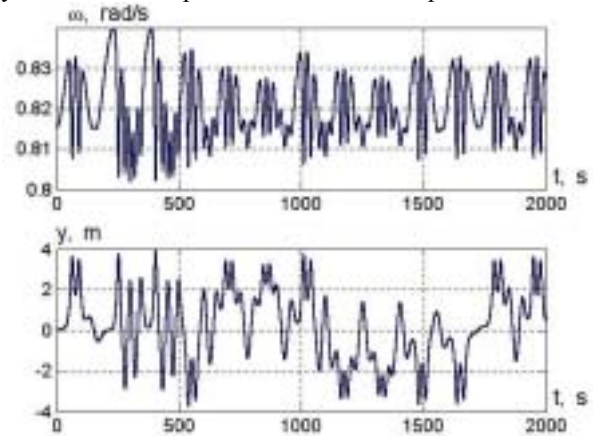
где использованы обозначения  $\tilde{y} = (1-\mu)b^{-1}y$ ,  $\tilde{I} = (1-\mu)m^{-1}b^{-2}I$ . Закон управления (4) можно реализовать непосредственно с помощью реактивных двигателей, работающих в режиме включено-выключено. В этом случае коэффициент  $\gamma$  задает амплитуду управления,  $\bar{M} = \gamma$ . Для реализации "пропорционального" закона управления (3) с помощью релейного исполнительного двигателя можно использовать широтно-импульсную модуляцию.

#### 4. Результаты моделирования

При моделировании параметры вращающегося спутника с периферическим демпфером нутационных колебаний взяты близкими к параметрам спутника Intelsat-II:  $m=0.3$  кг,  $b=1$  м,  $k=0.2$  Н/м,  $\mu=0.01$ ,  $I=100$  кгм<sup>2</sup>,  $c=0.002$  Нс/м [2]. Частота  $\Omega$  и амплитуда  $\bar{M}_E$  гармонического возмущающего момента  $M_E(t) = \bar{M}_E \sin \Omega t$  взяты равными:  $\Omega=0.04$  с<sup>-1</sup>,  $\bar{M}_E=0.05$  Нм. Моделирование выполнялось при следующих начальных условиях:  $\omega(0)=0.815$  с<sup>-1</sup>,  $y(0)=0$ ,  $\dot{y}(0)=0$ . Исследованы два варианта значений амплитуды управления  $\bar{M}$ : а)  $\bar{M} = 0.0225$  Нм,  $\bar{M} < \bar{M}_E$  и б)  $\bar{M} = 0.055$  Нм,  $\bar{M} = 1.1\bar{M}_E > \bar{M}_E$  (например, можно иметь в виду малые бортовые двигатели фирмы SSTL, развивающие тягу в пределах  $0.01 \div 0.10$  Н). Результаты моделирования показаны на рис. 1–3.



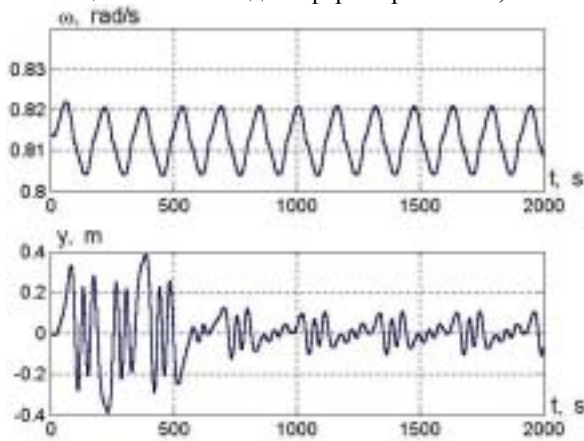
а) Фазовый портрет



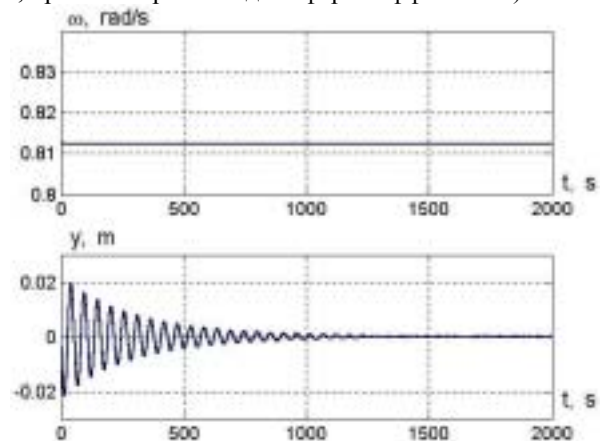
б) Переходные процессы

Рис 1. Хаотические колебания при отсутствии управления

Результаты моделирования системы, в которой нет активного демпфирования ( $M_c \equiv 0$ ) приведены на рис. 1. Видно, что возникает хаотический процесс со значительной амплитудой колебаний  $y(t)$ . (Заметим, что на практике смещение массы в демпфере ограничено, но очевидно, при таком режиме демпфер неэффективен).



а) Переходные процессы,  $\bar{M} = 0.0225$  Нм,  $\bar{M} < \bar{M}_E$

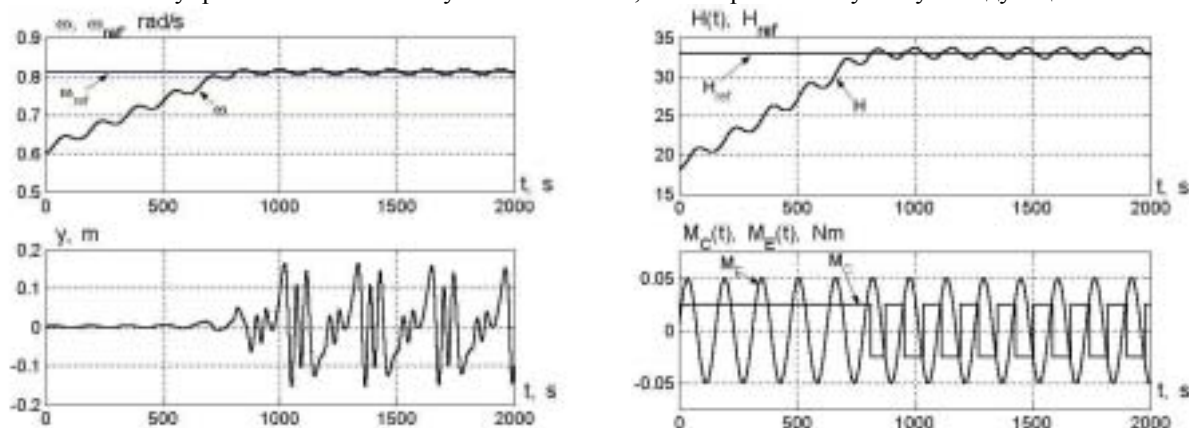


б) Переходные процессы,  $\bar{M} = 0.055$  Нм,  $\bar{M} = 1.1 \cdot \bar{M}_E$

Рис.2. Система с активным демпфированием по алгоритму (4)

Действие обратной связи с регулятором (4) показано на рис. 2. Принято  $H_{\text{ref}}=33$  Дж, чему соответствует  $\omega_{\text{ref}}=8.124$  рад/с. Из графиков видно, что даже при амплитуде управления меньшей, чем амплитуда возмущающего процесса,  $\bar{M} = 0.5 \cdot \bar{M}_E$  (рис. 2а), поведение системы стало существенно лучше. При выполнении условия  $\bar{M} = 1.1 \cdot \bar{M}_E$  возникает полное подавление колебаний (рис. 2б). Укажем, что в работах [2, 3] отношение  $\bar{M} / \bar{M}_E$  составляет около 15. Предложенный метод, таким образом, является методом управления с малым уровнем (с малой мощностью) сигнала.

Разгон вращения спутника от  $\omega(0)=0.6$  рад  $\text{с}^{-1}$  до заданной угловой скорости  $\omega_{\text{ref}}$  для случая  $\bar{M} = 0.5 \cdot \bar{M}_E$  показан на рис. 3. При  $\bar{M} = 1.1 \cdot \bar{M}_E$  имеется сходимость  $\omega(t)$  к  $\omega_{\text{ref}}$  за конечное время, составляющее около 360 с. По окончании процесса наступает скользящий режим с точным удержанием заданной угловой скорости. (Подобные процессы можно наблюдать на рис. 2а.) Для уменьшения расхода топлива и рабочего тела можно использовать закон управления с зоной нечувствительности, или широтно-импульсную модуляцию.



а) Переходные процессы по  $\omega(t)$  и  $y(t)$

б) Переходные процессы по  $H(t)$ ,  $M_C(t)$ ,  $M_E(t)$ .

Рис. 3. Разгон вращения спутника по алгоритму (4),  $\bar{M} = 0.5 \cdot \bar{M}_E$ .

## 5. Заключение

В статье предлагается метод управления и стабилизации угловой скорости  $\omega$  вращающегося спутника относительно заданного командного значения  $\omega_{\text{ref}}$  с подавлением нутационных колебаний. При синтезе алгоритма управления используется метод скоростного градиента, что позволяет достичь цели управления с меньшим по сравнению с другими методами уровнем управления  $\bar{M}$ . Численные исследования показали эффективность СГ-метода для подавления хаотической неустойчивости движения вращающегося спутника и робастность системы по отношению к амплитуде возмущений.

## Литература

- [1] Cochran jr. J.E., Thompson J.A. Nutation dampers vs precession dampers for asymmetric spacecraft. *J. Guid., Control Dyn.* 1980, 3, 22–28.
- [2] Meehan P.A., Asokanthan S.F. Control of chaotic instabilities in a spinning spacecraft with dissipation using Lyapunov's method. *Chaos Solitons Fractals*, 2002, 13 (9), 1857–1869.
- [3] Meehan P.A., Asokanthan S.F. Control of chaotic motion in a dual-spin spacecraft with nutational damping. *J. Guid., Control Dyn.* 2002, 25 (2) 209–214.
- [4] Fradkov A.L., Miroshnik I.V., Nikiforov V.O. Nonlinear and adaptive control of complex systems. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [5] Fradkov A.L. Swinging control of nonlinear oscillations. *Intern. J. Control*, 1996. 64 (6), 1189–1202.
- [6] Shiriaev A.S., Egeland O., Ludvigsen H., Fradkov A.L. VSS-version of energy-based control for swinging up a pendulum. *Syst., Control Let.* 2001, 44 (1), 45–56.