

© 2013 г. А.Л. ФРАДКОВ, д-р техн. наук  
(Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург),  
И.Б. ФУРТАТ, канд. техн. наук  
(Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург,  
Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет  
информационных технологий, механики и оптики)

## РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СЕТЬЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ<sup>1</sup>

Решена задача робастного управления сетью электрических генераторов, математическая модель которой представлена системой дифференциально-алгебраических уравнений третьего порядка с априорно не известными параметрами. При решении предполагается, что доступны измерения только относительные угловые скорости роторов генераторов. Получен алгоритм управления, обеспечивающий синхронизацию сети с требуемой точностью в нормальном режиме ее работы и аварийных ситуациях, связанных с внезапным изменением линии сопротивления. Работоспособность полученной схемы проиллюстрирована на числовом примере сети, состоящей из трех генераторов.

### 1. Введение

В настоящее время во всем мире наблюдается повышенный интерес к научно-технологическому инновационному преобразованию электроэнергетики на основе новой концепции, получившей за рубежом название Smart Grid, а в России – активно-адаптивные сети [1, 2]. Возникновение новой концепции как во всем мире, так и в России, связана со следующими факторами: технологический прогресс (повышение уровня автоматизации, появление и развитие новых технологий, интенсивный рост количества малых генерирующих источников энергии); рост требования потребителей (требование к набору и качеству услуг, снижение цен на услуги отраслей); снижение надежности (нарастание уровня износа оборудования, снижение уровня надежности электроснабжения, высокий уровень потерь при преобразовании, передаче, распределении и использовании энергии); повышение требований к энергоэффективности и экологической безопасности) и т.п. [1, 2].

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 13-08-01014, № 12-01-00808), Программы № 14 ОЭМПУ РАН “Анализ и оптимизация функционирования систем многоуровневого, интеллектуального и сетевого управления в условиях неопределенности” и в рамках Федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 гг.” соглашения № 8846, № 8855.

Для качественного управления электроэнергетической сетью на сегодняшний день предложено достаточное количество решений, где традиционно на протяжении многих лет рассматривались модели сети, представленные системой дифференциально-алгебраических уравнений третьего порядка [3–15]. Так, в [3–7] решена задача робастного децентрализованного управления сетью электрических генераторов, модель которых представлена дифференциально-алгебраическими уравнениями третьего порядка, полученными в [8–10]. Предполагалось, что измерению доступны угол поворота ротора каждого генератора относительно его синхронной оси вращения, относительная скорость ротора каждого генератора, активная электрическая мощность и механическая входная мощность каждого генератора, известны параметры генераторов и параметры линий связи между ними. Для решения задачи авторы сначала использовали линеаризацию обратной связью, а затем для полученной линейной модели использовался закон робастной стабилизации для каждой подсистемы сети. Однако рассматриваемые в [3–7] аварийные ситуации, связанные с изменением сопротивления линии передачи, приводят к невыполнению закона линеаризации обратной связью, из-за чего система управления может стать неустойчивой. Поэтому авторы [3–7] требуют быстрого срабатывания блокираторов для восстановления прежнего сопротивления линии передачи.

В [11, 12] предложен децентрализованный робастный алгоритм стабилизации каждой подсистемы сети электрических генераторов, аналогичный [3–7], однако модель каждого генератора в сети предполагалась линейной.

Работы [13–15] посвящены управлению сетью генераторов, математическая модель которой представлена следующими блоками: модель генератора, описываемая дифференциально-алгебраическими уравнениями третьего порядка [8–10], модель нагрузки, уравнений линий передач и уравнений шин бесконечной мощности. Для стабилизации каждой подсистемы сети авторы использовали энергетический подход, для чего формировался гамильтониан системы, на базе которого синтезировался алгоритм управления, зависящий от угла ротора, относительной угловой скорости, переходной ЭДС (электродвижущая сила), направленной вдоль поперечной оси, параметров каждого генератора и параметров связей между ними.

В [16] предложена адаптивная синхронизация сети электрических генераторов, модели которых представлены дифференциальными уравнениями второго порядка. Здесь для синтеза закона регулирования использовались методы пассивности и скоростного градиента.

В [17] рассматривается синтез субоптимального управления частотой и активной мощностью параллельно работающим синхронных генераторов, модели которых представлены системой дифференциальных уравнений третьего порядка с априорно не известными параметрами. Для решения задачи авторы декомпозировали исходную сеть на локальные подсистемы, что позволило построить алгоритм оптимальной стабилизации отдельных агрегатов сети и координирующего управления [18], учитывающего взаимодействия в сети.

Заметим, что для реализации алгоритмов [3–7, 13–17] требуется полное или частичное знание параметров сети, а также измерение угла ротора, относительной угловой скорости ротора и активной электрической мощности каждого генератора в сети. В [3–7] отмечается, что измерение угла ротора в реальных ситуациях затруднительно из-за отсутствия соответствующих измерительных устройств. Также нельзя гарантировать точного измерения активной электрической мощности в аварийных ситуациях [19]. Измерение же относительной угловой скорости ротора генератора достаточно точно как в нормальном, так и аварийных режимах [3–7, 19]. Хотя с появлением современных систем мониторинга переходных режимов [20] стало возможным управление с использованием информации об относительных углах ротора, по-прежнему остается актуальной задача управления сетью электрических генераторов с априорно не известными параметрами, когда измерению доступна только относительная угловая скорость каждого генератора сети.

В статье решается задача управления сетью электрических генераторов, модель которых получена в [8–10] и используется для синтеза алгоритмов управления в [3–7, 11–15]. При решении предполагается, что параметры сети не известны и измерению доступны только относительные угловые скорости роторов каждого генератора сети. Для синтеза закона управления используется подход [21], разработанный для компенсации неопределенностей в односвязном объекте и обобщенный для управления динамической сетью в [22] и для управления электрическим генератором в [23]. Полученный алгоритм обеспечивает синхронизацию генераторов в сети с требуемой точностью в нормальном режиме работы сети и аварийных ситуациях, связанных с изменением сопротивления линии передачи. Работоспособность полученной схемы проиллюстрирована на числовом примере сети, состоящей из трех генераторов.

## 2. Постановка задачи

Рассмотрим сеть электрических генераторов, где для описания динамических процессов в каждом  $i$ -м генераторе (подсистеме) используются следующие дифференциально-алгебраические уравнения [3–10]:

– уравнения движения ротора  $i$ -го генератора

$$(1) \quad \dot{\delta}_i(t) = \omega_i(t), \quad \dot{\omega}_i(t) = -\frac{D_i}{2H_i}\omega_i(t) - \frac{\omega_0}{2H_i}\Delta P_{ei}(t), \quad i = 1, \dots, k;$$

– электрическая динамика  $i$ -го генератора

$$(2) \quad \dot{E}'_{qi}(t) = \frac{1}{T'_{d0i}}(E_{fi}(t) - E_{qi}(t)), \quad i = 1, \dots, k;$$

– электрические уравнения

$$\begin{aligned}
E_{qi}(t) &= x_{adi} I_{fi}(t) = E'_{qi}(t) - (x_{di} - x'_{di}) I_{di}(t), \\
E_{fi}(t) &= k_{ci} u_{fi}(t), \quad P_{ei}(t) = \sum_{j \in N_i} E'_{qi}(t) E'_{qj}(t) M_{ij} \sin(\delta_i(t) - \delta_j(t)), \\
Q_{ei}(t) &= - \sum_{j \in N_i} E'_{qi}(t) E'_{qj}(t) M_{ij} \cos(\delta_i(t) - \delta_j(t)), \\
(3) \quad I_{di}(t) &= - \sum_{j \in N_i} E'_{qj}(t) M_{ij} \cos(\delta_i(t) - \delta_j(t)), \\
I_{qi}(t) &= \sum_{j \in N_i} E'_{qj}(t) M_{ij} \sin(\delta_i(t) - \delta_j(t)), \\
V_{ti}(t) &= \frac{1}{x_{dsi}} \sqrt{(E'_q(t) - x'_{di} I_{di}(t))^2 + (x'_{di} I_{qi}(t))^2}, \quad i = 1, \dots, k.
\end{aligned}$$

В уравнениях (1)–(3):  $\delta_i(t)$  – угол поворота ротора  $i$ -го генератора относительно его синхронной оси вращения (рад),  $\omega_i(t)$  – относительная скорость ротора  $i$ -го генератора (рад/с),  $\omega_0$  – скорость ротора в синхронном режиме (рад/с),  $\Delta P_{ei}(t) = P_{ei}(t) - P_{mi}$  (отн. ед.),  $P_{ei}(t)$  – активная электрическая входная мощность, поступающая на  $i$ -й генератор (отн. ед.),  $P_{mi}$  – входная механическая мощность  $i$ -го генератора (отн. ед.),  $D_i$  – коэффициент демпфирования (отн. ед.),  $H_i$  – коэффициент инерции (с),  $T'_{d0i}$  – переходная постоянная времени по продольной оси при разомкнутом статоре  $i$ -го генератора (с),  $x'_{di}$  – переходное реактивное сопротивление по продольной оси  $i$ -го генератора (отн. ед.),  $x_{di}$  – реактивное сопротивление вдоль продольной оси  $i$ -го генератора (отн. ед.),  $x_{adi}$  – взаимное сопротивление между обмотками возбуждения и статора  $i$ -го генератора (отн. ед.),  $k_{ci}$  – инерционная постоянная  $i$ -го генератора (отн. ед.),  $u_{fi}(t)$  – напряжение на обмотке возбуждения ротора  $i$ -го генератора (отн. ед.),  $E_{qi}(t)$  – ЭДС  $i$ -го генератора по поперечной оси (отн. ед.),  $E_{fi}(t)$  – эквивалентная ЭДС возбуждения  $i$ -го генератора,  $E'_{qi}(t)$  – переходная ЭДС по поперечной оси  $i$ -го генератора (отн. ед.),  $I_{qi}(t)$  – ток по поперечной оси  $i$ -го генератора (отн. ед.),  $I_{fi}(t)$  – ток возбуждения  $i$ -го генератора (отн. ед.),  $I_{di}(t)$  – ток по продольной оси  $i$ -го генератора (отн. ед.),  $Q_{ei}(t)$  – реактивная мощность  $i$ -го генератора (отн. ед.),  $V_{ti}(t)$  – напряжение на зажимах статора  $i$ -го генератора (отн. ед.),  $M_{ij}$  – взаимная проводимость между  $i$  и  $j$ -м генераторами (отн. ед.),  $N_i$  – множество смежных подсистем для  $i$ -й подсистемы.

Относительно модели сети (1)–(3) сделаны следующие предположения.

#### Предположения

1. Параметры модели (1)–(3) зависят от вектора неизвестных параметров  $v$ ,  $v \in \Xi$ ,  $\Xi$  – известное ограниченное множество. В рабочем режиме генератора  $\delta_i(t) \in (0; 180^\circ)$  для  $t \geq 0$  и  $v \in \Xi$ ,  $i = 1, \dots, k$ .

2. Доступен измерению знак тока  $I_{qi}(t)$ ,  $i = 1, \dots, k$ .

3. В процессе функционирования сети могут произойти аварийные ситуации, связанные с внезапным изменением сопротивления линии передачи.

4. Измерению доступны только относительные угловые скорости  $\omega_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, k$ .

Целью управления является синтез системы управления для сети электрических генераторов в условиях неопределенности их параметров и связей между ними, чтобы были выполнены целевые условия

$$(4) \quad |\delta_i(t) - \delta_j(t)| < \varepsilon_1 \quad \text{и} \quad |\omega_i(t) - \omega_j(t)| < \varepsilon_2 \quad \text{при} \quad t > T,$$

где  $\varepsilon_1 > 0$ ,  $\varepsilon_2 > 0$ ,  $T > 0$  – время, по истечении которого с начала работы системы должны выполняться условия (4). Кроме того, все функции в замкнутой системе должны быть ограниченными.

### 3. Метод решения

Принимая во внимание алгебраические уравнения (3), перепишем (1), (2) в виде [3–7]

$$(5) \quad \begin{aligned} \dot{\delta}_i(t) &= \omega_i(t), \quad \dot{\omega}_i(t) = -\frac{D_i}{2H_i}\omega_i(t) - \frac{\omega_0}{2H_i}\Delta P_{ei}(t), \\ \Delta \dot{P}_{ei}(t) &= -\frac{1}{T'_{d0i}}\Delta P_{ei}(t) + \frac{1}{T'_{d0i}}\left\{k_{ci}I_{qi}(t)u_{fi}(t) - \right. \\ &\quad \left. - (x_{di} - x'_{di})I_{qi}(t)I_{di}(t) - P_{mi} - T'_{d0i}Q_{ei}(t)\omega_i(t)\right\} + \gamma_i(t), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_i(t) &= E'_{qi}(t) \sum_{j \in N_i} \dot{E}'_{qj}(t) M_{ij} \sin(\delta_i(t) - \delta_j(t)) - \\ &\quad - E'_{qi}(t) \sum_{j \in N_i} E'_{qj}(t) M_{ij} \cos(\delta_i(t) - \delta_j(t)) \omega_j(t). \end{aligned}$$

Введем обозначения в (5):

$$z_i(t) = [\delta_i(t), \omega_i(t), \Delta P_{ei}(t)]^T, \quad A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{D_i}{2H_i} & -\frac{\omega_0}{2H_i} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T'_{d0i}} \end{bmatrix},$$

$$B_i(t) = [0, 0, k_{ci}I_{qi}(t)/T'_{d0}]^T, \quad L = [0, 1, 0],$$

$$f_i(t) = -\frac{1}{k_{ci}I_{qi}(t)} \left( (x_{di} - x'_{di})I_{qi}(t)I_{di}(t) + P_{mi} + T'_{d0i}Q_{ei}(t)\omega_i(t) - T'_{d0i}\gamma_i(t) \right).$$

Тогда уравнения (5) можно переписать в форме

$$(6) \quad \dot{z}_i(t) = A_i z_i(t) + B_i(t) (u_{fi}(t) + f_i(t)), \quad \omega_i(t) = L z_i(t).$$

Во введении отмечалось, что в [2–6] для управления сетью генераторов сначала используется линеаризация обратной связью  $u_{fi}(t) = v_{fi}(t) - f_i(t)$ . Однако

это возможно только в том случае, если параметры в уравнениях (1)–(3) известны. Понятно, что на практике даже малое неучтенное изменение любого из параметров приведет к невыполнению такого закона. Поэтому для управления сетью генераторов с неизвестными параметрами воспользуемся подходом [21], разработанным для компенсации неопределенностей, действующих на объект управления.

Перепишем уравнение (6) в операторной форме

$$(7) \quad Q_i(p)\omega_i(t) = R_i(p, t)(u_{fi}(t) + f_i(t)).$$

Здесь  $Q_i(p)$ ,  $R_i(p, t)$  – линейные дифференциальные операторы порядков 3 и соответственно, которые получены при переходе от (5) к (6) при фиксированном параметре  $t$ ,  $p = d/dt$  – оператор дифференцирования.

Разложим  $R_i(p, t)$  и  $Q_i(p)$  на следующие составляющие [22]:

$$(8) \quad R_i(p, t) = R_0(p) + \Delta R_i(p, t), \quad Q_i(p) = Q_0(p) + \Delta Q_i(p),$$

где  $R_0(p)$ ,  $Q_0(p)$  – произвольные стационарные линейные дифференциальные операторы порядков 3 и 1 соответственно,  $\Delta R_i(p, t)$  и  $\Delta Q_i(p)$  – остатки разложения. Пусть  $Q_0(\lambda)/R_0(\lambda) = Q_m(\lambda)$ ,  $Q_m(\lambda)$  – гурвицев полином,  $\lambda$  – комплексная переменная. Тогда, подставив (8) в (7), последнее можно переписать в виде

$$Q_m(p)\omega_i(t) = u_{fi}(t) + \varphi_i(t),$$

где  $R_0(p)\varphi_i(t) = \Delta R_i(p, t)u_{fi}(t) - \Delta Q_i(p)\omega_i(t) + R_i(p, t)f_i(t)$ ,  $\varphi_i(t)$  – функция, содержащая в себе неопределенности модели  $i$ -го генератора.

Составим уравнение для ошибки  $e_i(t) = \sum_{j \in N_i} (\omega_i(t) - \omega_j(t))$  в виде

$$(9) \quad Q_m(p)e_i(t) = \sum_{j \in N_i} (u_{fi}(t) - u_{fj}(t) + \varphi_i(t) - \varphi_j(t)).$$

Следуя [19, 21], для выделения неопределенностей введем в рассмотрение вспомогательный контур

$$(10) \quad Q_m(p)\bar{e}_i(t) = \chi u_{fi}(t), \quad i = 1, \dots, k.$$

Здесь  $\chi > 0$ . Принимая во внимание уравнения (9) и (10), составим функцию рассогласования  $\zeta_i(t) = e_i(t) - \bar{e}_i(t)$  в виде

$$Q_m(p)\zeta_i(t) = \psi_i(t),$$

где  $\psi_i(t) = \sum_{j \in N_i} (u_{fi}(t) - u_{fj}(t) + \varphi_i(t) - \varphi_j(t)) - \chi u_{fi}(t)$  – функция, включающая в себя неопределенности  $i$ -го генератора и смежных ему генераторов, а также неопределенность связей между ними. Поскольку в системе управления доступны измерению только относительные угловые скорости  $\omega_i(t)$  роторов генераторов (предположение 4), то закон управления будем формировать в виде

$$(11) \quad u_{fi}(t) = -\chi^{-1}Q_m(p)\bar{\zeta}_i(t), \quad i = 1, \dots, k.$$

В (11)  $\bar{\zeta}_i(t)$  – оценка сигнала  $\zeta_i(t)$ , полученная с наблюдателя [24]

$$(12) \quad \dot{\bar{\zeta}}_i(t) = G_0 \xi_i(t) + D_0 (\bar{\zeta}_i(t) - \zeta_i(t)), \quad \bar{\zeta}_i(t) = L_1 \xi_i(t),$$

где  $\xi_i(t) \in R^2$  – оценка величины  $\theta_i(t) = [\zeta_i(t), \dot{\zeta}_i(t)]^T$ ,  $G_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $D_0 = -[d_1 \mu^{-1}, d_2 \mu^{-2}]^T$ , коэффициенты  $d_1, d_2$  выбираются так, чтобы матрица  $G = G_0 - DL_1$ ,  $D = [d_1, d_2]^T$  была гурвицевой,  $L_1 = [1, 0]$ ,  $\mu > 0$  – достаточно малая величина.

Сформулируем утверждение, при выполнении условий которого, система управления (10)–(12) будет обеспечивать выполнение целевых условий (4).

*Утверждение.* Пусть выполнены условия предположений 1–4. Тогда для чисел  $\chi > 0$ ,  $\mu > 0$  система управления (10)–(12) при  $\mu \leq \mu_0$  обеспечивает выполнение целевых условий (4) при  $t > T$ .

Проиллюстрируем полученные результаты на следующем примере.

#### 4. Пример

Рассмотрим электроэнергетическую сеть, состоящую из трех электрических генераторов  $G_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  (рис. 1), где третий генератор  $G_3$  примем за эталонный.

Математические модели генераторов определены дифференциально-алгебраическими уравнениями (1)–(3), для которых класс неопределенности  $\Xi$  задан неравенствами [3–7]:  $6 \leq T'_{d0i} \leq 8$ ,  $3 \leq D_i \leq 5$ ,  $4 \leq H_i \leq 5,5$ ,  $1 \leq k_{ci} \leq 3$ ,  $1,8 \leq x_{di} \leq 2,4$ ,  $0,2 \leq x'_{di} \leq 0,4$ ,  $0,3 \leq M_{ij} \leq 3$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ .

Поскольку вспомогательный контур (10) задает качество переходных процессов в замкнутой системе, то выберем в нем  $Q_m(p) = p^2 + p + 4$  и  $\chi = 1$ .

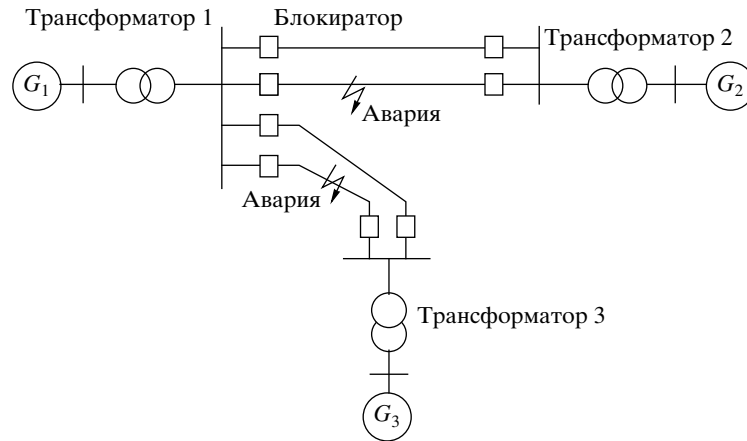


Рис. 1. Схема сети из трех генераторов.

Тогда (10) примет вид

$$(p^2 + 4p + 4) \bar{e}_i(t) = -u_{fi}(t), \quad i = 1, 2, 3.$$

Выберем в  $D = [d_1, d_2]^T = [4, 4]^T$ ,  $\mu = 0,01$  и сформируем наблюдатель (12) в виде

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_{1i}(t) &= -\xi_{2i}(t) - 4 \cdot 100 (\xi_{1i}(t) - \zeta_i(t)), & \dot{\xi}_{2i}(t) &= -4 \cdot 100^2 (\xi_{1i}(t) - \zeta_i(t)), \\ \xi_{1i}(0) &= \xi_{2i}(0) = 0, & i &= 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Закон управления (11) определим в форме

$$u_{fi}(t) = \dot{\xi}_{2i}(t) + 4\xi_{2i}(t) + 4\xi_{1i}(t), \quad i = 1, 2, 3.$$

При моделировании рассмотрим две аварийные ситуации, связанные с изменением сопротивления линии передачи:

до момента времени  $t = 1$  с  $M_{12} = M_{21} = 0,4853$  отн. ед., в момент времени  $t = 1$  с  $M_{12} = M_{21} = 3$ ; при  $t = 1,5$  с срабатывают блокираторы и подключают резервную линию передачи с начальным сопротивлением  $M_{12} = M_{21} = 0,4853$  отн. ед. (рис. 1) [3–7];

до момента времени  $t = 10$  с  $M_{13} = M_{31} = 0,95$  отн. ед., в момент времени  $t = 10$  с  $M_{13} = M_{31} = 2,8$ ; при  $t = 10,6$  с срабатывают блокираторы и подключают резервную линию передачи с  $M_{13} = M_{31} = 1,1$  отн. ед. (рис. 1).

Зададим параметры генераторов  $G_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  [3–7]:  $\omega_0 = 314,159$  рад/с,  $\omega(0) = 0$  рад/с и  $\Delta P_{ei}(0) = 0$  отн. ед. Отдельно в каждом генераторе:

$$\begin{aligned} G_1 : \quad & D_1 = 5 \text{ отн. ед.}, \quad H_1 = 4 \text{ с}, \quad T'_{d01} = 1,7 \text{ с}, \quad x_{d1} = 1,863 \text{ отн. ед.}, \\ & x'_{d1} = 0,257 \text{ отн. ед.}, \quad P_{m01} = 0,9 \text{ отн. ед.}, \quad V_{t01} = 1 \text{ отн. ед.}, \\ & k_{c1} = 1 \text{ отн. ед.}, \quad \delta_1(0) = \pi/3 \text{ рад.}; \\ G_2 : \quad & D_2 = 4 \text{ отн. ед.}, \quad H_2 = 5 \text{ с}, \quad T'_{d02} = 2 \text{ с}, \quad x_{d2} = 2,17 \text{ отн. ед.}, \\ & x'_{d2} = 0,32 \text{ отн. ед.}, \quad P_{m02} = 0,8 \text{ отн. ед.}, \quad V_{t02} = 0,9 \text{ отн. ед.}, \\ & k_{c2} = 1 \text{ отн. ед.}, \quad \delta_2(0) = 11\pi/36 \text{ рад.}; \\ G_3 : \quad & D_3 = 4 \text{ отн. ед.}, \quad H_3 = 5 \text{ с}, \quad T'_{d03} = 2 \text{ с}, \quad x_{d3} = 2,01 \text{ отн. ед.}, \\ & x'_{d3} = 0,28 \text{ отн. ед.}, \quad P_{m03} = 1 \text{ отн. ед.}, \quad V_{t03} = 1,1 \text{ отн. ед.}, \\ & k_{c3} = 1 \text{ отн. ед.}, \quad \delta_3(0) = 13\pi/36 \text{ рад.} \end{aligned}$$

Ограничения на управление согласно [3–7]:  $-3 \leq E_{fi}(t) \leq 6$  отн. ед.,  $i = 1, 2, 3$ .

На рис. 2–6 приведены переходные процессы по углам роторов  $\delta_i(t)$ , относительным угловым скоростям  $\omega_i(t)$ , разностям относительных угловых скоростей  $\omega_{12}(t) = \omega_1(t) - \omega_2(t)$ ,  $\omega_{13}(t) = \omega_1(t) - \omega_3(t)$  и  $\omega_{23}(t) = \omega_2(t) - \omega_3(t)$ , активным мощностям  $\Delta P_{ei}(t)$  и законам управления  $u_{fi}(t)$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

Результаты моделирования показали, что синтезированная система управления сетью электрических генераторов, когда измерению доступны только



$\delta_i(t), i = 1, 2, 3,$   
град

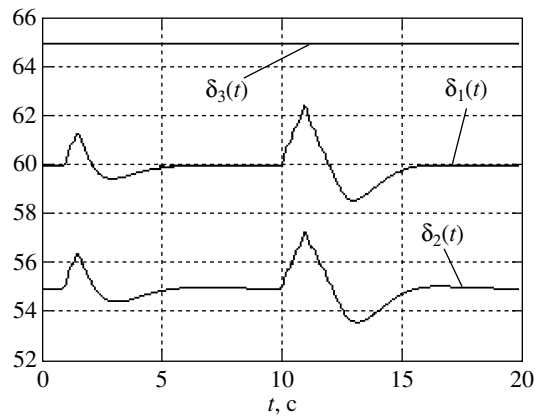


Рис. 2. Переходные процессы по  $\delta_i(t), i = 1, 2, 3.$

$\omega_i(t), i = 1, 2, 3,$   
рад/с

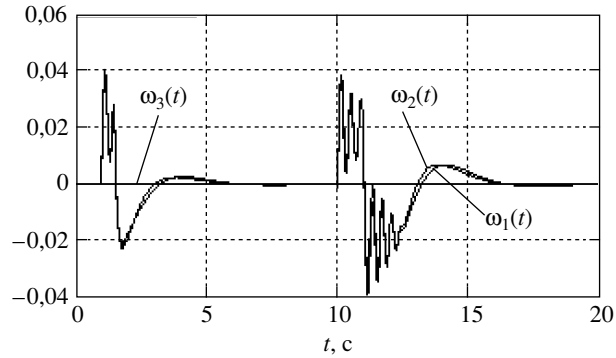


Рис. 3. Переходные процессы по  $\omega_i(t), i = 1, 2, 3.$

$\omega_{ij}(t), i = 1, 2, j = 2, 3,$   
рад/с

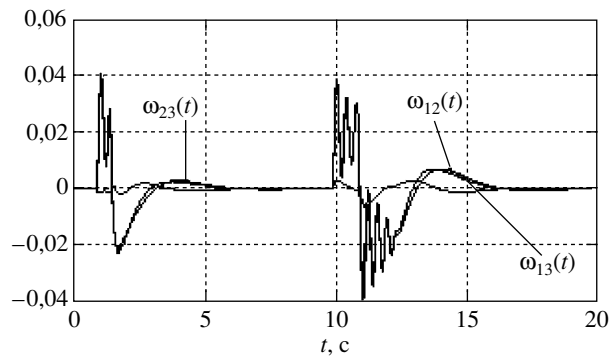


Рис. 4. Переходные процессы по  $\omega_{ij}(t), i = 1, 2, j = 2, 3.$

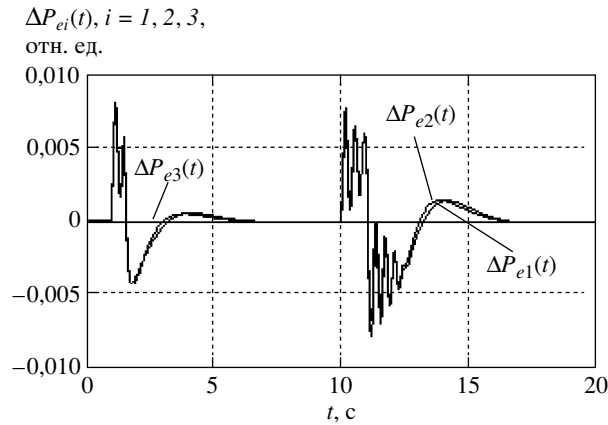


Рис. 5. Переходные процессы по  $\Delta P_{ei}(t), i = 1, 2, 3.$

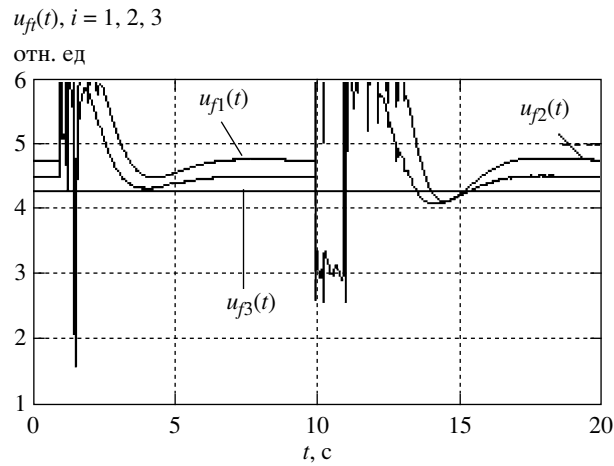


Рис. 6. Переходные процессы по  $u_{fi}(t), i = 1, 2, 3.$

относительные угловые скорости, обеспечивает лучше показатели качества переходных процессов по сравнению со схемами [3–7], где измерению был доступен весь вектор состояния, частично известны параметры модели генераторов и после аварийной ситуации требовалось восстановление прежнего сопротивления линии передачи. Причем выбором  $Q_m(p)$  и  $\chi$  во вспомогательном контуре (10) и законе управления (11), а также  $\mu$  в наблюдателе (12) можно получить требуемую величину  $\varepsilon_2$  в целевом условии (4).

Существенное влияние на величины  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  в (4) оказывает инерционная постоянная генератора  $k_{ci}$  и ограничения на эквивалентную ЭДС обмотки возбуждения  $E_{fi}(t)$ . При минимальном значении параметра  $k_{ci}$  амплитуды сигналов в системе управления максимальны. В остальных случаях они принимают меньшие значения. Изменение других параметров модели (1)–(3) в классе неопределенности  $\Xi$  существенно не влияют на переходные процессы.

## 5. Заключение

Предложен алгоритм робастного управления сетью электрических генераторов, модель которых описывается параметрически неопределенными дифференциальными уравнениями, взятыми из [3–10]. Для синтеза алгоритма управления предлагалось использовать подход [21], обобщенный на управление динамической сетью в [22] и управление одним электрическим генератором в [23]. Предложенный в статье алгоритм позволяет управлять сетью электрических генераторов с заданной точностью как в нормальном режиме, так и при кратковременных аварийных ситуациях, связанных с изменением сопротивления линии передачи.

Компьютерное моделирование показало лучшие результаты переходных процессов в системе управления по сравнению с [3–7]. Причем в отличие от [3–7, 11–17] в данной статье при синтезе алгоритма управления предлагалось, что измерению доступны только относительные угловые скорости роторов генераторов сети.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

*Доказательство утверждения.* При доказательстве рассматриваются интервалы времени, когда авария уже произошла. Для оценки точности наблюдения с помощью (12) введем в рассмотрение вектор отклонений  $\bar{\eta}_i(t) = T^{-1}(\xi_i(t) - \theta_i(t))$ , где  $T = \text{diag}\{\mu, 1\}$ . Продифференцировав  $\bar{\eta}_i(t)$  по времени с учетом уравнения (12), получим:

$$\dot{\bar{\eta}}_i(t) = \mu^{-1}G\bar{\eta}_i(t) + b\zeta_i^{(2)}(t), \quad \bar{\Delta}_i(t) = \mu L_1\bar{\eta}_i(t).$$

Здесь  $b = [0, 1]^T$ . Преобразуем предпоследнее уравнение к виду

$$(П.1) \quad \dot{\eta}_i(t) = \mu^{-1}G\eta_i(t) + \bar{b}\dot{\zeta}_i(t), \quad \bar{\Delta}_i(t) = \mu L_1\eta_i(t),$$

где  $\bar{b} = [1, 0]^T$ . Последние два уравнения эквивалентны относительно переменных  $\eta_{1i}(t) = \bar{\eta}_{1i}(t)$ , так как являются различными формами записи уравнения  $(p^2 + d_1\mu^{-1}p + d_2\mu^{-2})\bar{\eta}_{1i}(t) = p^2\zeta_i(t)$ .

С учетом уравнений (11) и (П.1), преобразуем (9) к форме уравнений состояния:

$$(П.2) \quad \dot{x}_i(t) = A_m x_i(t) + \mu b g^T \Delta_i(t), \quad e_i(t) = L_1 x_i(t),$$

где  $x_i(t) \in R^2$ ,  $A_m \in R^{2 \times 2}$  – матрица в форме Фробениуса с характеристическим многочленом  $Q_m(\lambda)$ ,  $\Delta_i(t) = [\eta_{1i}(t), \dot{\eta}_{1i}(t), \ddot{\eta}_{1i}(t)]^T$ ,  $g$  – вектор, составленный из коэффициентов полинома  $Q_m(\lambda)$ , записанных в обратном порядке.

Перепишем уравнения (П.1) и (П.2) в виде системы

$$(П.3) \quad \dot{x}_i(t) = A_m x_i(t) + \mu_2 b g^T \Delta_i(t), \quad \mu_1 \dot{\eta}_i(t) = G \eta_i(t) + \mu_2 b \dot{\zeta}_i(t).$$

Для исследования поведения ее решений воспользуемся первой леммой [25]. Согласно [25] положим в (П.3)  $\mu_2 = 0$ . В этом случае система (П.3) асимптотически устойчива, так как  $A_m$  и  $G$  гурвицевы. Следовательно, векторы  $x_i(t)$ ,

$\eta_i(t)$  ограничены вместе со своими первыми производными. Тогда в (П.3) ограничены сигналы  $\Delta_i(t)$ ,  $\dot{\zeta}_i(t)$  [25]. Из ограниченности  $\Delta_i(t)$  следует, что  $|\xi_i(t)| < \infty$  в (12), а значит,  $|u_i(t)| < \infty$  из (11). Таким образом, в системе управления все сигналы ограничены.

Так как условия леммы [25] выполнены, существует число  $\mu_0$  такое, что при  $\mu_1 \leq \mu_0$  и  $\mu_2 \leq \mu_0$  все переменные в замкнутой системе ограничены. Однако из асимптотической устойчивости редуцированной модели (П.3) при  $\mu_2 = 0$  не следует асимптотическая устойчивость сингулярно-возмущенной системы (П.3) при  $\mu_2 > 0$ .

Рассмотрим теперь (П.3), когда  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ . Выберем функцию Ляпунова  $V(t) = V(x_i(t), \eta_i(t))$  в виде

$$(П.4) \quad V(t) = \sum_{i=1}^k x_i^T(t) P x_i(t) + \sum_{i=1}^k \eta_i^T(t) H \eta_i(t),$$

где матрицы  $P$  и  $H$  определяются из решений уравнений  $A_m^T P + P A_m = -Q_1$  и  $G^T H + H G = -Q_2$ ,  $Q_1 = Q_1^T > 0$ ,  $Q_2 = Q_2^T > 0$ . Возьмем от (П.4) производную по времени вдоль траекторий (П.3):

$$(П.5) \quad \begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sum_{i=1}^k [-x_i^T(t) Q_1 x_i(t) + 2\mu_0 x_i^T(t) P b g^T \Delta_i(t)] + \\ & + \sum_{i=1}^k [-\mu_0^{-1} \eta_i^T(t) Q_2 \eta_i(t) + 2\eta_i^T(t) H b \dot{\zeta}_i(t)]. \end{aligned}$$

Оценим второе и четвертое слагаемое в (П.5):

$$\begin{aligned} 2\mu_0 x_i^T(t) P b g^T \Delta_i(t) & \leq 2\mu_0 [x_i^T(t) P b g^T g b^T P x_i(t) + |\Delta_i(t)|^2], \\ 2\eta_i^T(t) H b \dot{\zeta}_i(t) & \leq 2\mu_0^{-1} \eta_i^T(t) H b b^T H \eta_i(t) + 2\mu_0 \dot{\zeta}_i^2(t). \end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$Q_3 = Q_1 - 2\mu_0 P b g^T g b^T P, \quad Q_4 = Q_2 - 2H b b^T H, \quad \bar{\psi} = 2 \sup_t \{ |\Delta_i(t)|^2 + \dot{\zeta}_i^2(t) \}.$$

Тогда выражение (П.5) можно переписать как

$$(П.6) \quad \dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^k [-x_i^T(t) Q_3 x_i(t) - \mu_0^{-1} \eta_i^T(t) Q_4 \eta_i(t)] + k\mu_0 \bar{\psi}.$$

Очевидно, что существует такое  $\mu_0 > 0$ , для которого  $Q_3 > 0$  и  $Q_4 > 0$ .

С учетом (П.4) перепишем (П.6) как  $\dot{V}(t) \leq -\beta V(t) + k\mu_0 \bar{\psi}$ , где

$$\beta = \min \{ \lambda_{\max}^{-1}(P) \lambda_{\min}(Q_3), \mu_0^{-1} \lambda_{\max}^{-1}(H) \lambda_{\min}(Q_4) \}.$$

Оценивая решение последнего неравенства относительно  $V(t)$ , получим  $V(t) \leq V(0)e^{-\beta t} + (1 - e^{-\beta t}) k\mu_0\bar{\psi}$ , откуда для фиксированного значения времени  $t = T$  следует оценка величины  $\varepsilon_2$  в целевом условии (1.4):

$$(II.7) \quad \varepsilon_2 \leq \sqrt{\lambda_{\min}^{-1}(P)V(T)} \leq \sqrt{\lambda_{\min}^{-1}(P) [V(0)e^{-\beta T} + (1 - e^{-\beta T}) k\mu_0\bar{\psi}]}$$

Оценка (II.7) достаточно грубая. Но из нее видно, что уменьшением числа  $\mu_0$  можно получить требуемую величину  $\varepsilon_2$  в целевом условии (4).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Прангишвили И.В., Амбарцумян А.А., Полетыкин А.Г. и др.* Состояние уровня автоматизации энергетических объектов и системотехнические решения, направленные на его повышение // Проблемы управления. 2003. № 2. С. 11–26.
2. *Кобец Б.Б., Волкова И.О., Окороков В.Р.* Smart grid как концепция инновационного развития электроэнергетики за рубежом // Энергоэксперт. 2010. № 2. С. 52–58.
3. *Guo G., Hill D.J., Wang Y.* Robust decentralized control of a class of nonlinear systems and applications to multimachine power system stabilization // Proc. 36 Conf. Decision & Control. San Diego. 1997. P. 3102–3107.
4. *Wang Y., Hill D.J., Guo G.* Robust decentralized control for multimachine power systems // IEEE Trans. Circuits Syst. – I: Fundament. Theory Appl. 1998. V. 45. No. 3. P. 271–279.
5. *Guo G., Hill D.J., Wang Y.* Robust decentralized excitation control of multimachine power systems // Proc. Amer. Control Conf. San Diego. 1999. P. 3833–3837.
6. *Guo G., Hill D.J., Wang Y.* Nonlinear output stabilization control for multimachine power systems // IEEE Trans. Circuits Syst. Part 1. 2000. V. 47. No. 1. P. 46–53.
7. *Zhang G.H., Wang Y., Hill D.J.* Global control of multi-machine power systems for transient stability enhancement // 16 IEEE Int. Conf. Control Appl. Singapore. 2007. P. 934–939.
8. *Bergan A.R.* Power Systems Analysis. N.J.: Prentice-Hall, 1986.
9. *Pai M.A.* Power system stability. N.Y.: North Holland, 1981.
10. *Anderson P.M., Fouad A.A.* Power system control and stability. Iowa: Iowa State University Press, 1977.
11. *Qu Z., Dorsey J.F., Bond J., McCalley J.D.* Application of robust control to sustained oscillation in power systems // IEEE Trans. Circuits Syst. – I: Fundament. Theory Appl. 1992. V. 39. No. 6. P. 470–476.
12. *Jiang H., Dorsey J.F., Bond J.* Transient and steady state de-centralized control of large power systems // Proc. 32 Conf. Decision Control. San Antonio. 1993. P. 3716–3721.
13. *Barabanov A., Dib W., Lamnabhi-Lagarrigue F., Ortega R.* On transient stabilization of multi-machine power systems: a “globally” convergent controller for structure-preserving models // Proc. 17 Word Congr., IFAC. Seoul. 2008. P. 9398–9403.
14. *Guisto A., Ortega R., Stankovic A.* On transient stabilization of power systems: a power-shaping solution for structure-preserving models // Proc. 45 IEEE Conf. Decision & Control. San Diego. 2006. P. 4027–4031.
15. *Ortega R., Galaz M., Astolfi A., et al.* Transient stabilization of multimachine power systems with nontrivial transfer conductance // IEEE Trans. Automat. Control. 2005. V. 50. No. 1. P. 60–75.

16. *Pogromsky A. Yu., Fradkov A.L., Hill D.J.* Passivity based damping of power system oscillations // Proc. 35 Conf. Decision Control. Kobe. 1996. P. 3876–3881.
17. *Козлов В.Н., Шашин В.Н.* Синтез координирующего робастного управления взаимосвязанными синхронными генераторами // Электричество. 2009. № 9. С. 20–26.
18. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления. М.: Энергоатомиздат, 1994.
19. *Павлов Г.М., Меркурьев Г.В.* Автоматика энергосистем. СПб.: Издание Центра подготовки кадров РАО “ЕЭС России”, 2001.
20. *Qiao W., Sun H., Wan H., et al.* Smart Transmission Grid: Vision and Framework // IEEE Trans. Smart Grid. 2010. V. 1. No. 2. P. 168–177.
21. *Цыкунов А.М.* Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // АиТ. 2007. № 7. С. 103–115.  
*Tsykunov A.M.* Robust Control Algorithms with Compensation of Bounded Perturbations // Autom. Remote Control. 2007. V. 68. No. 7. P. 1213–1224.
22. *Фуртат И.Б.* Робастная синхронизация динамической сети с компенсацией возмущений // АиТ. 2011. № 12. С. 104–114.  
*Furtat I.B.* Robust Synchronization of Dynamical Networks with Compensation of Disturbances // Autom. Remote Control. 2011. V. 72. No. 12. P. 2516–2526.
23. *Фуртат И.Б.* Робастное управление электрическим генератором с компенсацией возмущений // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2011. № 5. С. 102–108.
24. *Atassi A.N., Khalil H.K.* A separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems // IEEE Trans. Automat. Control. 1999. V. 44. No. 9. P. 1672–1687.
25. *Брусин В.А.* Об одном классе сингулярно возмущенных адаптивных систем. I // АиТ. 1995. № 4. С. 119–127.  
*Brusin V.A.* On a Particular Class of Singularly Perturbed Adaptive Systems. I // Autom. Remote Control. 1995. V. 56. No. 4. P.552–559.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии Л.Б. Рапопортом.*

Поступила в редакцию 11.03.2013