

УДК 539.3

О ПОСТРОЕНИИ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ ПРИ ДЕФОРМИРОВАНИИ УПРУГИХ ТЕЛ

© 2011 г.

М.А. Антимонов

Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург

mike.antimonov@gmail.com

Поступила в редакцию 24.08.2011

Рассмотрен начальный этап фазового превращения в материале, допускающем фазовое превращение в процессе деформирования. В пространстве деформаций строится предельная поверхность превращения. Показывается, что прямое и обратное превращения могут проходить с развитием двухфазных структур различных геометрий.

Ключевые слова: мартенситное фазовое превращение, нижняя оценка энергии, двухфазные структуры.

Задача о фазовых превращениях в материалах, допускающих фазовое превращение в процессе деформирования, решается с использованием моделей, основанных на явном рассмотрении межфазных границ. При этом на границе ставится дополнительное термодинамическое условие [1, 2]. Такой подход позволяет определить геометрию возникающих двухфазных структур, найти внешние деформации (напряжения), при которых эти структуры возникают, то есть построить предельные поверхности возникновения новой фазы, а также вычислить локальные напряжения на межфазных границах.

Свободная энергия материала, допускающего фазовый переход при деформировании, должна быть невыпуклой функцией и в простейшем случае может быть смоделирована квадратичными зависимостями

$$f(\boldsymbol{\varepsilon}, \theta) = \min_{+,-} \{f_-(\boldsymbol{\varepsilon}, \theta), f_+(\boldsymbol{\varepsilon}, \theta)\},$$

$$f_{\pm}(\boldsymbol{\varepsilon}, \theta) = f_{\pm}^0 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\pm}^p) : \mathbf{C}_{\pm} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\pm}^p),$$

где θ – температура, f_{\pm}^0 – плотность свободной энергии, здесь и далее верхние и нижние знаки и индексы « \pm » соответствуют друг другу, \mathbf{C}_{\pm} – изотропные тензоры упругости фаз, $\boldsymbol{\varepsilon}_{\pm}^p$ – тензоры деформаций фаз в ненапряженном состоянии. Термоупругие напряжения не рассматриваются.

Помимо условия равновесия составного материала ставится дополнительное условие термодинамического равновесия на межфазной границе:

$$[f] - \boldsymbol{\sigma} : [\boldsymbol{\varepsilon}] = 0, \quad \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2),$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений Коши, \mathbf{n} – единичная нормаль к межфазной границе, квадратными скоб-

ками обозначено изменение величины при переходе через межфазную границу: $[\cdot] = (\cdot)_+ - (\cdot)_-$.

Полуобратный метод решения задачи о фазовых превращениях заключается в том, что предполагаются различные типы межфазной границы и для них находятся внешние поля деформаций, при которых возможно существование предполагаемых типов равновесных границ. Таким образом были рассмотрены плоские [3], эллипсоидальные [4] и цилиндрические [5] межфазные границы. Построены области их существования и огибающая их поверхность.

Использованный метод исследования двухфазных материалов оставляет открытым вопрос о возможности начала фазового превращения до достижения путем деформирования построенной огибающей областей существования. В связи с этим возникает необходимость рассмотрения построенных в [6] нижних оценок энергии двухфазных материалов.

В результате решения задачи о построении точной нижней оценки энергии получена зависимость энергии двухфазного материала от деформированного состояния и объемной доли новой фазы. Для построения предельной поверхности превращения необходимо найти те поля деформаций, при которых минимум энергии достигался бы при бесконечно малой объемной доле одной из фаз по отношению к другим двухфазным композитным материалам. А именно, найти внешние деформации, удовлетворяющие условию

$$\lim_{m_{\pm} \rightarrow 0} \frac{\partial QW(\boldsymbol{\varepsilon}_0, m_{\pm})}{\partial m_{\pm}} = 0,$$

где QW – нижняя оценка энергии двухфазных материалов, $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ – тензор внешних деформаций, m_{\pm} –

объемная доля фазы «+» и «-» соответственно. Все внешние деформации, при которых это условие выполняется, образуют в пространстве деформаций предельную поверхность превращения.

На рис. 1 показано сечение пространства деформаций, соответствующее осесимметричному деформированию, а также изображены области существования слоев, эллипсоидальные и цилиндрические включения новой фазы и предельная поверхность превращения; ϵ_i – главные значения тензора внешних деформаций.

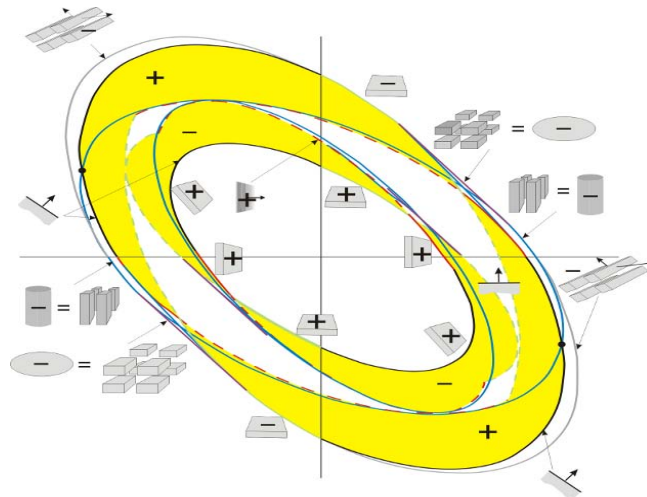


Рис. 1

Закрашенными желтым областями обозначены сечения зон фазовых переходов (всех деформаций, которые могут сосуществовать на равновесной межфазной границе). Разным точкам границы зон соответствуют различные ориентации плоских межфазных границ. Черным цветом обозначены плоские межфазные границы с нормалью, лежащей в главной плоскости тензора внешних деформаций, красным – лежащей в плоскости симметрии деформирования, зеленым – перпендикулярной плоскости деформирования. Сплошными линиями показаны внешние границы зон, пунктирными линиями – внутренние. Фиолетовыми и синими линиями показаны сечения областей существования эллипсоидальных и цилиндрических включений новой фазы соответственно. Указанные области были получены в результате решения задачи о фазовом переходе полуконтинуальным методом.

Серыми линиями показаны «наклонные» слои второго ранга с нормальными, не лежащими ни в одной из главных плоскостей тензора внешних деформаций. Решение о таких двухфазных структурах и огибающая всех областей существования двухфазных структур были получены из решения задачи о построении точной нижней оценки

энергии.

Огибающая всех областей существования, указанных на рис. 1, является предельной поверхностью превращения. Отметим, что прямое и обратное фазовые превращения проходят с образованием различных областей новой фазы.

При прямом фазовом превращении при выбранных параметрах материала возможно появление только слоев новой фазы, нормаль к которым зависит от деформированного состояния. При обратном фазовом превращении в зависимости от

пути деформирования возможно появление эллипсоидальных или цилиндрических включений новой фазы, а также «наклонных» слоев второго ранга.

Работа выполнена совместно с А.Б. Фрейдиным и А.В. Черкаевым.

Работа поддержана РФФИ (грант №10-01-00670-а), Национальным научным фондом (DMS-0707974) и программой фундаментальных исследований госакадемии РФ №22, грантом для студентов, аспирантов вузов и академических институтов, расположенных на территории Санкт-Петербурга.

Список литературы

1. Гринфельд М.А. Методы механики сплошных сред в теории фазовых превращений. 1991. 312 с.
2. Abeyaratne R., Knowles J.K. Evolution of phase transitions. A continuum theory. 2006. 242 p.
3. Freidin A.B., Sharipova L.L. // *Mechanica*. 2006. Vol. 41. P. 321–339.
4. Кубланов Л.Б., Фрейдin А.Б. // *Прикладная математика и механика*. 1988. Т. 52. Вып. 3. С. 493–501.
5. Антимонов М.А., Фрейдin А.Б. // *Научно-технические ведомости СПбГПУ*. 2010. №4. С. 37–44.
6. Антимонов М.А., Черкаев А.В., Фрейдin А.Б. // *Научно-технические ведомости СПбГПУ*. 2010. №3. С. 112–122.

**ON THE CONSTRUCTION OF STRESS-INDUCED PHASE TRANSFORMATION SURFACES
FOR ELASTIC SOLIDS***M.A. Antimonov*

An initial stage of a stress-induced phase transformation in an elastic solid is considered. The limit transformation surfaces for the direct and reverse phase transformations are constructed in the strain space. It is demonstrated that the direct and reverse phase transformations are accompanied with the development of new phase domains of various geometries.

Keywords: stress-induced phase transformations, energy lower bound, two phase structures.