Materials Physics and Mechanics 24 (2015) 119-128 Received: August 27, 2015

ДВУХФАЗНАЯ ФИЛЬТРАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ МЕТАЛЛОВ ПРИ БОЛЬШИХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЯХ

В.Д. Сарычев, С.А. Невский*, В.Е. Громов

Сибирский государственный индустриальный университет,

ул. Кирова 42, г. Новокузнецк, 654007, Россия

*e-mail: nevskiy.sergei@yandex.ru

Аннотация. На основе представлений о пластически деформируемом материале как о двухфазной гетерогенной среде построена фильтрационная модель пластической деформации. В основу этой модели положены законы сохранения импульса и массы для каждой компоненты, уравнения состояния и граничные условия. Первая компонента среды является упругой, она отвечает за структурные превращения, а вторая компонента пластическая, она не связана со структурными превращениями. Получено фильтрационное соотношение между фазами. Проведен поиск решения в виде бегущей волны. В результате расчетов получено решение в виде «ударного перехода» и найдена предельная скорость его распространения. Для бегущих волн получено дисперсионное уравнение. Найдена критическая длина волны, при которой наступает неустойчивость.

1. Введение

Создание моделей пластической деформации является актуальной задачей, решение которой позволяет прогнозировать поведение материалов при различных внешних воздействиях [1]. В настоящее время для описания пластической деформации применяют два подхода. В первом подходе в качестве основных уравнений выступают уравнения баланса скалярных плотностей дефектов типа «реакция – диффузия» [2–5]. Функции источников зависят от типа дефектов и характера взаимодействия между ними. Этот подход требует введения достаточно большого числа переменных, так как в пластической деформации могут участвовать одновременно несколько типов дефектов [6], что усложняет решение задачи. С помощью этого подхода объяснено возникновение полос Людерса-Чернова [3, 4]. Дальнейшее развитие данных моделей шло по пути усложнения функций источников [6] и включения в уравнения коэффициентов перекрестной диффузии [7]. Второй подход предлагает введение параметров порядка, которые определяются типом решаемой задачи [8–10]. С помощью этого подхода решен аналогичный спектр задач [9,10]. В большинстве случаев аналитически решить эти задачи не удается, поэтому необходимо прибегнуть к численным методам, но для их применения необходимо знать константы, которые входят в функции источников. Для их нахождения прибегают к экспериментальным данным или теории, учитывающей конкретный механизм взаимодействия дефектов, например, термически активированное преодоление дислокацией стопоров [11]. Кроме двух вышеуказанных подходов для описания больших пластических деформаций применяется полевая теория дефектов [12]. С помощью этой теории изучено распространение плоских волн через слой вязкоупругих и упруго-вязкопластических сред с дислокациями. Определены коэффициенты отражения и преломления слоя для волн смещений и волн поля дефектов, распространяющихся в изучаемых средах [13]. Также эта теория применяется для разработки методов идентификации вихревых структур в деформируемом твердом теле [14].

В нашей работе предлагается подход, основанный на представлениях о деформируемом материале как о двухфазной гетерогенной среде. Он получил широкое распростанение в геомеханике, при моделировании газовзвесей, нефтеносных пластов, водонасыщенных грунтов, генерации ультразвуковых волн при движении блоков земной коры и т. д. [15–17]. Первая среда является возбужденной – в этой роли выступают концентраторы напряжений, релаксация которых приводит к возникновению невозбужденной фазы, не связанной со структурными превращениями. В пользу такой трактовки говорят результаты исследования пластической деформации методами спекл-интерферометрии [18, 19], которые показывают наличие областей, не вовлеченных в пластическую деформацию. Характерные масштабы локализации деформации имеют размер от ~ 1 мкм до ~ 1 мм. Стадийность пластической деформации обусловлена изменением характера локализации деформации и числа очагов локализации. Следует отметить, что подобный подход с разбиением деформируемой среды применялся в работах [20, 21] при исследовании пластической деформации материалов на микроуровне. В [20, 21] предполагалось, что атомы участвуют в двух движениях. Первый вид движения – акустические колебания или макросмещения, второй – «оптические» колебания или микросмещения. В результате был выявлен ряд механизмов, таких как переключение межатомных связей за счет понижения потенциальных барьеров под влиянием внешних напряжений, приводящих к нарушению не только дальнего, но и ближнего порядка. Спрогнозирована потеря устойчивости однородной деформации за порогом интенсивного воздействия на тело, образование дефектов решетки в изначально идеальной структуре, возникновение доменных и кластерных наноструктур, возникновение внутренних размытых границ, полос скольжения и двойниковых включений, реконструкция поверхности. В [21] эти представления были применены для объяснения механизма аустенитно-мартенситных фазовых переходов в пластически деформируемых сталях.

Упругость двухкомпонентных смесей твердых тел изучена в работах [22 – 30]. Анализ данных работ показывает, что существуют три группы моделей данных смесей [22]. Общим для этих моделей является то, что смесь представляет собой два взаимопроникающих континуума. Каждая точка области, заполненной смесью, одновременно занята обеими компонентами, между которыми происходит взаимное относительное движение. Первая модель – сдвиговая модель, согласно этой модели, движение компонент представляется компонентами вектора относительных перемещений [23]. В рамках данной модели установлено, что при движении упругого импульса вдоль слоев композита между слоями возникает силовое взаимодействие, являющееся следствием различия сдвиговых свойств слоев. Сила такого взаимодействия прямо пропорциональна разности средних перемещений в контактирующих слоях [24]. Вторая модель – диффузионная модель. Относительное движение компонент смеси в этой модели представлено вектором относительных скоростей. К настоящему времени эта модель получила широкое распространение [22, 25, 26]. В [25] разработана теория термовязкоупругого поведения пористых материалов, в которой производные по времени тензора упругих деформации и градиента объемных долей являются независимыми переменными. В [26] эта теория обобщена на изотропные киральные материалы. Третья модель – инерционная. В ней относительное движение компонент смеси представляется вектором относительных ускорений [27].

В [28–30] сделано обобщение теории двухкомпонентных смесей на случай геометрической и физической нелинейности.

Настоящая работа является развитием работ [31, 32] где была предложена фильтрационная модель пластичности и рассмотрено одноосное растяжение материала. В результате было получено аналитическое решение в виде «ударного перехода». Размер этого перехода составляет порядка 10 мкм что совпадает с экспериментом.

2. Постановка задачи

Запишем законы сохранения импульса и массы для первой и второй фаз

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t} + div\rho_1\vec{u}_1 = I_{21}, \tag{1}$$

$$\rho_1\frac{d_1\vec{u}_1}{dt} = div\tilde{\sigma}_1 + \vec{p}_{21} + I_{21}\vec{u}_1, \qquad \frac{d_1}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_1\nabla \tag{2}$$

$$\frac{\partial\rho_2}{\partial t} + div\rho_2\vec{u}_2 = I_{12}, \tag{3}$$

$$\rho_2\frac{d_2\vec{u}_2}{dt} = div\tilde{\sigma}_2 + \vec{p}_{12} + I_{12}\vec{u}_2, \qquad \frac{d_2}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_2\nabla, \tag{4}$$

где $\rho_1 = \alpha\rho_e$, $\rho_2 = (1-\alpha)\rho_e$, $\tilde{\sigma}_1 = \alpha\tilde{\sigma}$, $\tilde{\sigma}_2 = (1-\alpha)\tilde{\sigma}$, ρ_e и ρ_s – истинные плотности фаз, $\tilde{\sigma}$ − напряжение во всей смеси, $\vec{p}_{21} = -\vec{p}_{12}$, $I_{21} = -I_{12}$ – интенсивности обмена массой и импульса между фазами, $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$− скорости первой и второй фаз. Интенсивность обмена импульсом между фазами представим, как $\vec{p}_{21} = \vec{R}_{21} + I_{21}\vec{u}_{21}$, где $\vec{R}_{21}$ − межфазная сила, связанная с силами трения и сцепления фаз, $I_{21}\vec{u}_{21}$ − с фазовыми превращениями. Считаем, что фазы взаимодействуют по силовой схеме Х.А. Рахматулина [33], тогда $\vec{R}_{21} = -p\nabla\alpha + \varphi(\vec{u}_2 - \vec{u}_1)$. С учетом вышеуказанных фактов система (1) – (4) примет вид:

$$\frac{d_1\rho_1}{dt} + \rho_1 div\vec{u}_1 = I_{21}, \tag{5}$$

$$\rho_1\frac{d_1\vec{u}_1}{dt} = \alpha div\tilde{\sigma} + \varphi(\vec{u}_2 - \vec{u}_1) - I_{12}(\vec{u}_{21} - \vec{u}_1), \tag{6}$$

$$\frac{d_2\rho_2}{dt} + \rho_2 div\vec{u}_2 = I_{12}, \tag{7}$$

$$\rho_2\frac{d_2\vec{u}_2}{dt} = (1-\alpha)div\tilde{\sigma} - \varphi(\vec{u}_2 - \vec{u}_1) + I_{12}(\vec{u}_{21} - \vec{u}_2), \tag{8}$$

где $\vec{u}_{21} = \vec{u}_1 - \chi_1(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) = u_2 + \chi_2(\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$, $\tilde{\sigma} = -P$. Систему (5) – (8) необходимо замкнуть на уравнение состояния. Так как вторая фаза есть материал, вовлеченный в пластическую деформацию, то будем считать ее несжимаемой. В этом случае ρ_s = const и $\chi_1 = 1$, $\chi_2 = 0$, тогда $\vec{u}_{21} = \vec{u}_2$ Уравнение состояния первой фазы в [31, 32] записывалось как $\rho_e = AP$, где A – константа. В нашей работе будем применять произвольное уравнение состояния:

$$P = P(\rho_e). \tag{9}$$

Как и в [31] пренебрежем инерционным членом в уравнении (6) и считаем, что $I_{21}=0$, тогда:

$$\alpha div\tilde{\sigma} = -\varphi(\vec{u}_2 - \vec{u}_1) \tag{11}$$

Выражение (11), аналогично закону фильтрации Дарси.

Исследуем тип системы дифференциальных уравнений в двумерной постановке, тогда уравнения (5–8, 11) примут вид:

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t} + u_{2x}\frac{\partial\alpha}{\partial x} + u_{2y}\frac{\partial\alpha}{\partial y} = (1-\alpha)\left(\frac{\partial u_{2x}}{\partial x} + \frac{\partial u_{2y}}{\partial y}\right), \tag{12}$$

$$\frac{\partial u_{2x}}{\partial t} + u_{2x}\frac{\partial u_{2x}}{\partial x} + u_{2y}\frac{\partial u_{2x}}{\partial y} = -\frac{1}{(1-\alpha)\rho_s}\frac{\partial P}{\partial x},$$
$$\frac{\partial u_{2y}}{\partial t} + u_{2x}\frac{\partial u_{2y}}{\partial x} + u_{2y}\frac{\partial u_{2y}}{\partial y} = -\frac{1}{(1-\alpha)\rho_s}\frac{\partial P}{\partial y}, \tag{13}$$

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_{1x})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 u_{1y})}{\partial y} = 0, \tag{14}$$

$$u_{1x} = u_{2x} - \frac{\alpha}{\varphi}\frac{\partial P}{\partial x}; u_{1y} = u_{2y} - \frac{\alpha}{\varphi}\frac{\partial P}{\partial y}. \tag{15}$$

Неизвестными функциями являются α, u_{2x}, u_{2y} ρ_1. Коэффициент φ определим также, как и в [15, 32]:

$$\varphi = \frac{K(1-\alpha)\rho_1}{\alpha}, \tag{16}$$

где K–постоянная, имеющая смысл коэффициента сопротивления движению первой фазы со стороны второй и зависящая от вязкости. Чтобы получить дисперсионное уравнение проведем процедуру линеаризации. Для этого будем искать решения (12) – (15) в виде: $\alpha = \alpha_0 + h\tilde{\alpha}$, $u_{2x} = u_0 + h\tilde{u}$, $u_{2y} = w_0 + h\tilde{w}$, $\rho_1 = \rho_0 + h\tilde{\rho}$, где h – малый параметр. Тогда

$$\frac{\partial\tilde{\alpha}}{\partial t} + u_0\frac{\partial\tilde{\alpha}}{\partial x} + w_0\frac{\partial\tilde{\alpha}}{\partial y} = (1-\alpha_0)\left(\frac{\partial\tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial\tilde{w}}{\partial y}\right), \tag{17}$$

$$\frac{\partial\tilde{u}}{\partial t} + u_0\frac{\partial\tilde{u}}{\partial x} + w_0\frac{\partial\tilde{u}}{\partial y} = -\frac{A_1}{\alpha_0(1-\alpha_0)\rho_s}\left(\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial x} - \frac{\rho_0}{\alpha_0}\frac{\partial\tilde{\alpha}}{\partial x}\right),$$

$$\frac{\partial\tilde{w}}{\partial t} + u_0\frac{\partial\tilde{w}}{\partial x} + w_0\frac{\partial\tilde{w}}{\partial y} = -\frac{A_1}{\alpha_0(1-\alpha_0)\rho_s}\left(\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial y} - \frac{\rho_0}{\alpha_0}\frac{\partial\tilde{\alpha}}{\partial y}\right), \tag{18}$$

$$\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial t} + u_0\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial x} + w_0\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial y} + \rho_0\left(\frac{\partial\tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial\tilde{w}}{\partial y}\right) = \frac{\alpha_0}{K(\alpha_0-1)}\left(\frac{\partial^2\tilde{\rho}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\tilde{\rho}}{\partial x^2} - \frac{\rho_0}{\alpha_0}\left(\frac{\partial^2\tilde{\alpha}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\tilde{\alpha}}{\partial y^2}\right)\right). \tag{19}$$

3. Результаты расчетов и их обсуждение

3.1. Автомодельное решение. Найдем автомодельное решение системы (12) – (15). Поскольку координаты x и y равноправны, решение задачи не зависит от каждой из них по отдельности, а только от некоторой их комбинации. Если искать решение в виде $f(\omega t - k_x x - k_y x)$, то такой переменной является $\xi = k_x x + k_y y$. После соответствующих преобразований уравнения (12) – (15) имеют вид:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + u_2 \frac{\partial \alpha}{\partial \xi} = (1-\alpha)\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right),$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial \xi} = 0\,, \tag{20}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial \xi} = -\frac{1}{(1-\alpha)\rho_s}\frac{\partial P}{\partial \xi},$$

$$u_1 = u_2 - \frac{\alpha}{\varphi} k^2 \frac{\partial P}{\partial \xi}.$$

где $u_1 = k_x u_{1x} + k_y u_{1y}$, $u_2 = k_x u_{2x} + k_y u_{2y}$. Они имеют смысл скоростей деформации первой и второй фазы соответственно. Поиск решения (20) в форме $f(\eta)$, где $\eta = \xi - u_{(0)} t$ приводит

$$((1-\alpha)(u_2 - u_{(0)}))' = 0\,,$$

$$-\rho_s u_2'((1-\alpha)(u_2 - u_{(0)})) = k^2 P'$$

$$-u_{(0)}\rho_1' + (\rho_1 u_1)' = 0\,, \tag{21}$$

$$u_1 = u_2 - \frac{\alpha}{\varphi} k^2 P'$$

Первые интегралы (21) имеют вид:

$$((1-\alpha)(u_2 - u_{(0)})) = \tilde{N}_1\,,$$

$$-C_1 \rho_s u_2 + C_2 = k^2 P\,, \tag{22}$$

$$\rho_1(u_1 - u_{(0)}) = C_3\,.$$

Решение (22) с учетом четвертого уравнения (21) и формулы (16) приводит к дифференциальному уравнению относительно скорости деформации второй фазы:

$$\frac{du_2}{d\eta} = \frac{K}{\rho_s}\frac{(u_2 - u_{(1)})(u_2 - u_{(2)})}{(u_2 - (u_{(0)} + C_1))}, \tag{23}$$

где $u_{(1)}, u_{(2)}$ – скорости деформации на границах очага локализации. При выводе (23) предполагалось, что уравнение состояния первой фазы имеет такой же вид, как и в [31, 32]. Интеграл (23) имеет вид:

$$\frac{\rho_s}{K}\left(\left(\frac{u_{(2)} - u_{(0)} - C_1}{u_{(1)} - u_{(2)}}\right)\ln(u_2 - u_{(2)}) - \left(\frac{u_{(1)} - u_{(0)} - C_1}{u_{(1)} - u_{(2)}}\right)\ln(u_2 - u_{(1)})\right) = \eta + C_4\,. \tag{24}$$

Таким образом, следует заключить, что, как и в одномерном случае, так и в двумерном фильтрационная модель допускает решение в виде «ударного перехода».

Его «ширина» оценивается по той же формуле, что и в [32, 34].

Для нахождения предельной скорости распространения «ударного перехода» поставим следующие граничные условия:

$$u_2(\eta_1) = u_{(1)},\ u_2(\eta_2) = u_{(2)},$$
$$\alpha(\eta_1) = \alpha_{(1)},\ \alpha(\eta_2) = \alpha_{(2)}, \qquad (25)$$
$$P(\eta_1) = P_{(1)},\ P(\eta_2) = P_{(2)},$$

Подставляя (25) в (22) и преобразовывая, получим систему уравнений для определения предельной скорости и других констант.

$$((1-\alpha_{(1)})(u_{(1)} - u_{(0)})) = \tilde{N}_1,$$
$$-\tilde{N}_1\rho_s u_{(1)} + \tilde{N}_2 = k^2 P_{(1)},$$
$$-u_{(1)}^2 AC_1\rho_s + (u_{(0)}AC_1\rho_s + A(C_2 + C_1^2\rho_s))u_{(1)} - C_2A(u_{(0)} - C_1) - C_3 = 0, \qquad (26)$$
$$((1-\alpha_{(2)})(u_{(2)} - u_{(0)})) = \tilde{N}_1,$$
$$-\tilde{N}_1\rho_s u_{(2)} + \tilde{N}_2 = k^2 P_{(2)},$$
$$-u_{(2)}^2 AC_1\rho_s + (u_{(0)}AC_1\rho_s + A(C_2 + C_1^2\rho_s))u_{(2)} - C_2A(u_{(0)} - C_1) - C_3 = 0.$$

Предельная скорость, найденная из (26), имеет вид:

$$u_{(0)} = \frac{(\alpha_{(1)} - 1)u_{(1)} - (\alpha_{(2)} - 1)u_{(2)}}{\alpha_{(1)} - \alpha_{(2)}}. \qquad (27)$$

3.2. Дисперсионное уравнение. Ищем решение (17) – (19) в виде бегущей гармонической волны

$$\tilde{\alpha} = A\exp(-i(\omega t - k_x x - k_y y)),$$
$$\tilde{u} = B\exp(-i(\omega t - k_x x - k_y y)),$$
$$\tilde{w} = C\exp(-i(\omega t - k_x x - k_y y)), \qquad (28)$$
$$\tilde{\rho} = F\exp(-i(\omega t - k_x x - k_y y)).$$

В результате получим систему линейных алгебраических уравнений. Определитель этой системы приводит к следующему дисперсионному уравнению

$$\begin{gathered}((((-1+\alpha_0)\rho_s\alpha_0^2K)\omega^2 + \rho_s\alpha_0^2A_1\omega(2K(u_0k_x + w_0k_y)(1-\alpha_0) + i(k_x^2 + k_y^2)\alpha_0) \\ +\rho_s\alpha_0^2A_1(u_0k_x + w_0k_y)\left(K(u_0k_x + w_0k_y)i(k_x^2 + k_y^2)\right)))\left(-i\omega + u_0k_x + w_0k_y\right)^2 = 0.\end{gathered} \qquad (29)$$

Подобные уравнения получены в [22]. Преобразование $\omega = \Omega + u_0k_x + w_0k_y$ приводит (29) к следующему виду

$$((\alpha_0 - 1)\rho_s^2\alpha_0^2K\Omega^2 - i\Omega\rho_sA_1\alpha_0^3k^2 + \rho_0A_1Kk^2)\Omega^2 = 0, \qquad (30)$$

где $k^2 = k_x^2 + k_y^2$. Выражение, стоящее в скобках, совпадает по виду с дисперсионным уравнением, полученным в [18, 19] для волн пластичности. Его корни имеют вид:

$$\Omega_{1,2} = 0,$$

$$\Omega_{3,4} = \frac{i\alpha_0 A_1 k^2}{2(\alpha_0 - 1)\rho_s K} \pm \frac{\sqrt{\left(4A_1\rho_0(1-\alpha_0)K^2 - A_1^2\alpha_0^4 k^2\right)}k}{2\rho_s\alpha_0(\alpha_0 - 1)K}. \tag{31}$$

Найдем критическое значение волнового числа и длины волны, при котором наступает неустойчивость стационарного состояния относительно малых возмущений. Для этого должно быть выполнено условие $Im(\Omega) > 0$, что достигается при отрицательном дискриминанте уравнения (31). Это возможно при

$$k > \frac{2K}{A_1\alpha_0^2}\left(A_1\rho_0(1-\alpha_0)\right)^{1/2}, \tag{32}$$

тогда критическая длина волны будет иметь вид:

$$\lambda_* = \frac{2\pi}{k_*} = \frac{\pi A_1\alpha_0^2}{K}\left(\frac{1}{A_1\rho_0(1-\alpha_0)}\right)^{1/2}. \tag{33}$$

При значении $\lambda < \lambda_*$ малые возмущения возрастают. Это означает, что представленная модель может описать самопроизвольный распад полос сдвига на фрагменты. Размеры фрагментов пропорциональны длине волны.

Оценим критическую длину волны на примере рельсовой стали. Коэффициент K в (33) определим, исходя из следующих соображений. Из (15), (16) следует, что размерность K составляет $с^{-1}$. Как уже говорилось выше, эта постоянная зависит от динамической вязкости первой фазы η_1. Тогда согласно [15] данный коэффициент имеет вид:

$$K = K_\mu \frac{\eta_1}{a^2}, \tag{34}$$

где a^2 – площадь соприкосновения блоков Коэффициент $K_\mu = 1/\rho_0$. В итоге получим

$$K = \frac{\eta_1}{\rho_0 a^2}. \tag{35}$$

С другой стороны, из определения динамической вязкости акустическими методами [35] получим:

$$K = \frac{A_1\rho_0}{\eta_1}. \tag{36}$$

Подстановка (36) в (33) приводит к следующему

$$\lambda_* = \frac{\pi\alpha_0^2\eta_1}{\rho_0}\left(\frac{1}{A_1\rho_0(1-\alpha_0)}\right)^{1/2}. \tag{37}$$

При $\alpha_0 = 0.1$, $\rho_0 = 7800$ кг/м^3, $\eta_1 = 10^5$ Па·с, $A_1 = 10^7$ м^2/с^2 значение $\lambda_* \approx 1{,}41$ мкм. Размеры «белого слоя» и области локализации деформации, обнаруженные в [36, 37], имеют такой же порядок.

4. Выводы

1. Разработана двумерная двухфазная фильтрационная модель большой пластической деформации. Ее суть заключается в том, что взаимодействие материала,

вовлеченного в упругую деформацию и вовлеченного в пластическую, порождает волну пластичности. Решение основных уравнений модели имеет вид «ударного перехода». Предельная скорость его движения по аналитическому виду совпадает с ранее полученной в работе [32].

2. Получено дисперсионное уравнение для волн пластичности. Его аналитический вид совпадает с дисперсионным уравнением, полученным экспериментальными методами. Критическая длина волны составляет порядка 1 мкм, что совпадает с размерами областей локализации, наблюдаемыми в экспериментах.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (№ проекта 15-12-00010)

Литература

[1] *Математическое моделирование от междислокационных взаимодействий до макроскопической деформации*, под ред. В.А. Старенченко (Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, Томск, 2015).

[2] Г.А. Малыгин // *Успехи физических наук* **181** (2011) 1129.

[3] С.П. Киселев // *Прикладная механика и техническая физика* **47** (2006) 102.

[4] J. Pontes, D. Walgraef, E.C. Aifantis // *International Journal of Plasticity* **22** (2006) 1486.

[5] Г.Ф. Сарафанов, Ю.Г. Шондин // *Физика твердого тела* **54** (2012) 2141.

[6] Л.Е. Попов, М.И. Слободской, С.Н. Колупаева // *Известия Вузов. Физика* **49** (2006) 57.

[7] D. Walgraef, E.C. Aifantis // *International Journal of Engineering Science* **59** (2012) 140.

[8] А.В. Бутенко, П.П. Каминский, Ю.А. Хон // *Физическая мезомеханика* **7** (2004) 153.

[9] П.П. Каминский, Ю.А. Хон, А.В. Бутенко // *Физическая мезомеханика* **9** (2006) 25.

[10] P.P. Kaminskii, Yu.A. Khon // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **51** (2009) 161.

[11] *Математическое моделирование пластической деформации*, под ред. Л.Е. Попова (Изд-во Томского университета, Томск, 1990).

[12] В.Е. Панин, Ю.В. Гриняев, А.В. Панин // *Физическая мезомеханика* **10** (2007) 5.

[13] Н.В. Чертова, Ю.В. Гриняев // *Физическая мезомеханика* **16** (2013) 27.

[14] V.V. Kibitkin, A.I. Solodushkin, V.S. Pleshanov, N.V. Chertova // *Physical Mesomechanics* **17** (2014) 141.

[15] Р.И. Нигматулин, *Динамика многофазных сред,* Т.1. (Наука, Москва, 1987).

[16] С.П. Киселев, Г.А. Руев, А.П. Трунев, В.М. Фомин, *Ударно-волновые процессы в двухфазных и двухкомпонентных средах* (Наука, Новосибирск, 1992).

[17] С.З. Дунин, Д.Н Михайлов, В.Н. Николаевский // *Прикладная математика и механика* **70** (2006) 282.

[18] Л.Б. Зуев, В.И. Данилов, С.А. Баранникова, *Физика макролокализации пластического течения* (Наука, Новосибирск, 2008).

[19] Л.Б. Зуев, Ю.А. Хон, С.А. Баранникова // *Журнал технической физики* **80** (2010) 53.

[20] Э.Л. Аэро, А.Н. Булыгин // *Известия РАН. Механика твердого тела* **45** (2010) 19.

[21] Э.Л. Аэро, А.Л. Корженевский, А.Н. Булыгин // *Физика и механика материалов* **21** (2014) 230.

[22] В.И. Ерофеев, *Волновые процессы в твердых телах с микроструктурой* (Изд-во Московского университета, Москва 1999).

[23] A.E. Green, T.R. Steel // *International Journal of Engineering Science* **4** (1966) 483.

[24] Я.Я. Рущицкий // *Прикладная механика* **33** (1997) 3.

[25] D. Ieşan // *Journal of Elasticity* **104** (2011) 369.

[26] D. Ieşan, R. Quintanilla // *Mechanics Research Communications* **48** (2013) 52.

[27] И.Г. Филиппов // *Прикладная механика* **7** (1971) 92.
[28] T.R. Tiersten, M.A. Jahanmir // *Archive for Rational Mechanics and Analysis* **68** (1977) 153.
[29] M. Jahanmir, T.F. Tiersten // *International Journal of Solids and Structures* **14** (1978) 227.
[30] Я.Я. Рущицкий // *Прикладная механика* **29** (1993) 23.
[31] В.Д. Сарычев, В.А. Петрунин // *Известия вузов. Черная металлургия* **2** (1993) 29.
[32] V.D. Sarychev, S.A. Nevskii, E.V. Cheremushkina, V.E. Gromov, E.C. Aifantis // *Journal of Mechanical Behavior of Materials* **23** (2014) 177.
[33] Х.А. Рахматулин // *Прикладная математика и механика* **20** (1956) 184.
[34] Б.Л. Рождественский, Н.Н. Яненко, *Системы квазилинейных уравнений и их приложение к газовой динамике* (Наука, Москва, 1968).
[35] В.А. Красильников, *Введение в акустику* (МГУ, Москва, 1992).
[36] W. Lojkowski, M. Djahanbakhsh, G. Bürkle, S. Gierlotka, W. Zielinski, H.-J. Fecht // *Materials Science and Engineering: A* **303** (2001)197.
[37] S.Y. Tarasov, V.E. Rubtsov // *Physics of Solid State* **53** (2011) 358.

BIPHASE FILTRATIONAL MODEL OF FLOW MATERIALS AT SUPERPLASTIC DEFORMATION

V.D. Sarychev, S.A. Nevskii*, V.E. Gromov

Siberian State Industrial University, Kirov Street 42, Novokuznetsk, 654007, Russia

*e-mail: nevskiy.sergei@yandex.ru

Abstract. Considering plastically deformed material as a two-phase heterogeneous medium, the filtration model of plastic deformation has been proposed. The laws of momentum and mass conservation for each component, the equations of state, and boundary conditions are used for the model. The first component of the medium is treated as an elastic one, which is responsible for the structural transformations, and the second component is a plastic one, which is not associated with structural transformations. The filtration ratio between the phases has been found. The search for solutions in the form of a traveling wave has been performed. As a result of calculations, the solution in the form of "shock transition" and the speed limit of its propagation have been found. For traveling waves, the dispersion equation and the critical wavelength, at which instability takes place, have been determined.

Acknowledgements
The investigation was supported by the grant of Russian Scientific Foundation (No. project 15-12-00010).

References
[1] *Mathematical modeling from dislocation interactions to macroscopic deformation*, ed. by V.A. Starenchenko (Tomsk State Building and Architecture University, Tomsk, 2015).
[2] G.A. Malygin // *Physics-Uspekhi* **54** (2011) 1091.
[3] S.P. Kiselev // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics* **47** (2006) 857.

[4] J. Pontes, D. Walgraef, E.C. Aifantis // *International Journal of Plasticity* **22** (2006) 1486.
[5] G.F. Sarafanov, Y.G. Shondin // *Physics of the Solid State* **54** (2012) 2277.
[6] L.E. Popov, M.I. Slobodskoi, S.N. Kolupaeva // *Russian Physics Journal* **49** (2006) 57.
[7] D. Walgraef, E.C. Aifantis // *International Journal of Engineering Science* **59** (2012) 140.
[8] A.V. Butenko, P.P. Kaminskii, Yu.A. Khon // *Physical Mesomechanics* **7** (2004) 153
[9] P.P. Kaminskii, Yu.A. Khon, A.V. Butenko // *Physical Mesomechanics* **9** (2006) 25
[10] P.P. Kaminskii, Yu.A. Khon // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **51** (2009) 161.
[11] *Mathematical modeling of plastic deformation*, ed. by L.E. Popov (Tomsk University, Tomsk, 1990).
[12] V.E. Panin, Yu.V. Grinyaev, A.V. Panin // *Physical Mesomechanics* **10** (2007) 5
[13] N.V. Chertova, Yu.V. Grinyaev // *Physical Mesomechanics* **16** (2007) 34
[14] V.V. Kibitkin, A.I. Solodushkin, V.S. Pleshanov, N.V. Chertova // *Physical Mesomechanics* **17** (2014) 141.
[15] R.I. Nigmatulin. *Dynamics of Multiphase Media*, Vol.1. (Hemisphere, N.Y., 1990).
[16] S.P. Kiselev, G.A. Ruev, A.P. Trunev, V.M. Fomin, *Shock-wave processes in two-phase and two-component environments* (Nauka, Novosibirsk, 1992).
[17] S.Z. Dunin, D.N. Mikhailov, V.N. Nikolayevskii // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* **70** (2006) 251.
[18] L.B. Zuev, V.I. Danilov, S.A. Barannikova, *Physics of macrolocalization plastic flow* (Nauka, Novosibirsk, 2008).
[19] L.B. Zuev, Yu.A. Khon, S.A. Barannikova // *Technical Physics* **55** (2010) 965.
[20] E.L. Aero, A.N. Bulygin // *Mechanics of Solids* **45** (2010) 670.
[21] E.L. Aero, A.L. Korzenevskii, A.N. Bulygin // *Materials Physics and Mechanics* **21** (2014) 230.
[22] V.I. Erofeev *Wave processes in solids with microstructure* (Moscow University, Moscow, 1999).
[23] A.E. Green, T.R. Steel // *International Journal of Engineering Science* **4** (1966) 483.
[24] Ya.Ya. Rushchitskii // *International Applied Mechanics* **33** (1997) 1.
[25] D. Ieşan // *Journal of Elasticity* **104** (2011) 369.
[26] D. Ieşan, R. Quintanilla // *Mechanics Research Communications* **48** (2013) 52.
[27] I.G. Filippov // *Soviet Applied Mechanics* **7** (1971) 1136.
[28] T.R. Tiersten, M.A. Jahanmir // *Archive for Rational Mechanics and Analysis* **68** (1977) 153.
[29] M. Jahanmir, T.F. Tiersten // *International Journal of Solids and Structures* **14** (1978) 227.
[30] Ya. Ya. Rushchitskii // *International Applied Mechanics* **29** (1993) 267.
[31] V.D. Sarychev, V.A. Petrunin // *Izvestiya VUZ. Chernaya Metallurgia* **2** (1993) 29.
[32] V.D. Sarychev, S.A. Nevskii, E.V. Cheremushkina, V.E. Gromov, E.C. Aifantis // *Journal of Mechanical Behavior of Materials* **23** (2014) 177.
[33] Kh.A. Rakhmatulin // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* **20** (1956) 184.
[34] B.L. Rozdestvenskii, N.N. Yanenko, *Systems of quasilinear equations and their application to gas dynamics* (Nauka, Moscow, 1968).
[35] V.A. Krasilnikov, *Introduction to acoustics* (Moscow University, Moscow, 1990).
[36] W. Lojkowski, M. Djahanbakhsh, G. Bürkle, S. Gierlotka, W. Zielinski, H.-J. Fecht // *Materials Science and Engineering: A* **303** (2001)197.
[37] S.Y. Tarasov, V.E. Rubtsov // *Physics of Solid State* **53** (2011) 358.