

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Доманской Татьяны Олеговны «Математическое моделирование нелинейных упругих деформаций композитной плоскости с межфазными трещинами и сосредоточенными нагрузками для гармонических материалов»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 - Механика деформируемого твердого тела.

Диссертационная работа Доманской Т.О. посвящена математическому исследованию нелинейных проблем теории упругости композитных материалов с межфазными трещинами и сосредоточенными нагрузками. В работе построены точные аналитические решения нелинейных плоских задач для двух моделей гармонических материалов – полулинейного и Джона. Представлены результаты численного решения нелинейных задач о трещинах, полученные методом конечных элементов в пакете FreeFem++, сделано сравнение с теоретическими результатами.

Важным преимуществом используемых в диссертационной работе моделей нелинейно-упругих материалов является возможность применения методов комплексных функций для решения плоских задач нелинейной теории упругости и получения точных аналитических решений. Применимость обеих моделей для анализа больших деформаций реальных материалов, в частности, резиноподобных материалов (эластомеров) доказана экспериментальными методами в работах ряда авторов.

Актуальность темы. Разрушение материалов и конструкций часто происходит по причине образования трещин и их развития под влиянием внешних нагрузок. Для оценки прочности и разрушения материалов обычно используют критерии, сформулированные в напряжениях линейной теории упругости. В окрестностях вершин трещин и точек приложения сосредоточенных сил деформации и углы поворота не ограничены по величине. Выполненные в диссертации исследования на основе полных уравнений нелинейной теории упругости своевременны и актуальны для теории упругости и ее практических приложений.

Диссертация состоит из Введения, четырех глав, заключения и списка цитируемой литературы. Общий объем диссертации 126 стр.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, сделан обзор литературы по нелинейным проблемам трещин, сформулированы цель и задачи исследования, его научная новизна, теоретическая и практическая значимость полученных результатов и их достоверность. Сформулированы положения, выносимые на защиту, и представлена апробация результатов исследования.

В первой главе, небольшой по объему, приведены общие уравнения плоских задач (плоская деформация и плоское напряженное состояние) нелинейной теории упругости, которые позже использованы в диссертации при решении конкретных нелинейных задач о межфазных трещинах и сосредоточенных нагрузках.

Вторая и третья главы являются наиболее значимыми, они содержат результаты оригинальных исследований нелинейных задач для композитной плоскости с межфазными трещинами и сосредоточенными нагрузками. Упругие свойства композита моделируются двумя типами материалов - Джона (вторая Глава) и полулинейным (третья Глава). Методами теории комплексных функций найдены точные аналитические решения указанных задач. Напряжения, деформации и перемещения выражены через две неизвестные аналитические функции комплексного переменного, определение которых сведено к решению проблемы Римана – Гильберта нахождения кусочно-голоморфной функции по ее скачку на межфазной линии композитной плоскости.

Более детально исследован случай свободной трещины при заданных напряжениях на бесконечности. Значительный теоретический и практический интерес представляют аналитические формулы для коэффициентов интенсивности номинальных напряжений и формулы, описывающие перемещения берегов трещины (раскрытие трещины). Выяснилось, что в случае материала Джона эти формулы полностью совпадают для нелинейных и линейных задач, для полулинейного материала имеются некоторые отличия в коэффициентах формул.

На основе полученных общих решений задач о межфазных трещинах в диссертации построены асимптотические разложения номинальных напряжений и напряжений Коши в окрестностях концов трещин. Показано, что номинальные напряжения имеют особенность $1/\sqrt{r}$, напряжения Коши не имеют особенностей. Аналогичные асимптотические разложения выполнены в окрестности точки приложения сосредоточенной силы. Получено, что номинальные напряжения имеют особенность $1/r$, напряжения Коши не имеют особенностей, перемещения содержат логарифмическую особенность. Отмечено, что решения аналогичных задач линейной теории упругости содержат такие же типы особенностей в особых точках.

Помимо теоретических исследований в этих главах приведены результаты решения нелинейных задач о межфазных трещинах, полученных методом конечных элементов в пакете FreeFem++, сделано сравнение с аналитическими расчетами. Вторая и третья главы содержат большой иллюстративный материал в виде графиков напряжений и перемещений.

В четвертой главе диссертации проведено сравнение решений нелинейных плоских задач о сосредоточенных силах и межфазных трещинах для двух моделей упругих материалов (полулинейного и Джона), полученных в двух предыдущих главах, между собой и с решениями аналогичных задач по уравнениям линейной теории упругости. Проведено также сравнение результатов расчетов, полученных по аналитическому решению задач, с результатами численного моделирования в пакете FreeFem++, и с результатами численного моделирования других авторов.

В заключении сформулированы основные результаты исследования, проведенного в диссертационной работе.

Перечисленные выше научные результаты являются **новыми**. Достоверность полученных результатов обеспечена строгой математической постановкой краевых задач теории упругости и математически безупречными методами решения, которые позволили получить точные аналитические решения нелинейных задач. Обоснованность и достоверность научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, не вызывает сомнений.

Диссертационная работа Доманской Т.О. в целом имеет завершенный характер. Следует отметить хорошее оформление работы и грамотное изложение результатов. Не вызывает сомнений, что все представленные в работе аналитические и численные результаты являются оригинальными и проведены соискателем самостоятельно. В качестве замечаний и пожеланий можно отметить следующие:

1. В тексте диссертации и автореферата присутствуют повторы, например, в описании сингулярности напряжений и перемещений в окрестностях концов трещин.
2. В диссертации и автореферате есть упущения в формулах для перемещений. В некоторых формулах и на графиках присутствуют размерные перемещения, а в некоторых формулах – безразмерные величины. Можно догадаться, что перемещения отнесены к полудлине трещины, хотя об этом ничего не сказано.
3. Методом конечных элементов численно решена задача о растяжении однородной пластины с трещиной (разрезом) для модели полулинейного материала и проведено сравнение полученных результатов с результатами аналитического решения для этой модели. В дальнейшем можно было бы рассмотреть

