

О Т З Ы В

официального оппонента

на диссертационную работу Т. О. Доманской

**«Математическое моделирование
нелинейных упругих деформаций композитной плоскости
с межфазными трещинами и сосредоточенными нагрузками
для гармонических материалов»,**

представленную на соискание ученой степени кандидата

физико-математических наук по специальности

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Диссертационная работа Т. О. Доманской представляет собой важное и интересное теоретическое исследование, посвященное построению аналитических и численных решений плоских задач нелинейной теории упругости при наличии сосредоточенных сил и межфазных трещин в неоднородных и однородных телах. Рассматриваются две модели нелинейных гармонических материалов: материал Джона и полулинейной материал. В работе используются аналитические методы механики сплошных сред, основанные на теории функций комплексных переменных, а также численные методы, основанные на методе конечных элементов. Практическая значимость работы обусловлена тем, что ее результаты могут быть использованы при моделировании разрушения различных материалов и конструкций, в частности, разрушения горных пород. В настоящее время для оценки прочности и моделирования разрушения, как правило, используются критерии, основанные на решениях задач линейной теории упругости. Вместе с тем, хорошо известно, что при решении данных задач по линейной теории напряжения и деформации в окрестностях концов трещин и точек приложения

сосредоточенных сил оказываются не ограниченными по величине. Поэтому представляет интерес и является актуальным решение подобных задач с использованием уравнений нелинейной теории упругости.

Таким образом, диссертационная работа Т. О. Доманской посвящена **актуальной тематике**, имеющей несомненное **практическое значение**, а используемые методы исследования представляются вполне обоснованными и отвечающими цели исследования. Применение строгих математических методов, а также приведенные в работе сравнения численных и аналитических решений убеждают в **достоверности полученных результатов**.

В качестве одного из главных достоинств диссертационной работы следует отметить то, что она содержит ряд новых аналитических решений задач нелинейной теории упругости. Эти аналитические решения могут найти применение при тестировании и отладке программ, предназначенных для численного интегрирования задач механики деформируемого твердого тела.

Еще одно достоинство диссертационной работы состоит в том, что она содержит очень подробное и понятное описание процесса построения решения всех рассмотренных задач. Сказанное относится как к аналитическим решениям, так и описанию численного моделирования в пакете FreeFem++. Диссертационная работа хорошо структурирована, содержит подробный обзор литературы и написана хорошим литературным языком.

Новизна результатов, полученных в диссертации, заключается в следующем:

- Для материала Джона и полулинейного гармонического материала впервые получены точные аналитические решения нелинейных плоских задач теории упругости в случае неоднородных и однородных тел с трещинами и сосредоточенными нагрузками.
- Проведено асимптотическое исследование построенных решений, в результате которого в окрестностях особых точек, а именно, концов

трещин и точек приложения сил, построены асимптотические разложения напряжений и перемещений.

- В случае межфазных трещин получены формулы для коэффициентов интенсивности напряжений и раскрытия берегов трещин.
- Для плоскости с трещиной в случае полулинейного материала разработана программа численного решения задачи с использованием конечно-элементного пакета FreeFem++.

Есть несколько замечаний, которые не ставят под сомнение полученные результаты и не влияют на общую положительную оценку работы:

1. На стр. 17 первое уравнение в (1.2) представляет собой уравнение равновесия, записанное с использованием тензора номинальных напряжений \mathbf{S} . Форма этого уравнения внешне совпадает с хорошо известной формой уравнения равновесия, в которой используется тензор напряжений Коши \mathbf{T} . При этом никак не поясняется, в какой конфигурации, отсчетной или актуальной, определен оператор div в уравнении (1.2), а соотношение между тензорами \mathbf{S} и \mathbf{T} , проясняющее смысл тензора \mathbf{S} , появляется значительно позже, только на стр. 19. На стр. 21 вводится в рассмотрение упругий потенциал, зависящий от инвариантов тензора кратностей удлинений. При этом не объясняется, как этот тензор связан с введенным ранее градиентом деформаций \mathbf{G} . Все вышеперечисленное затрудняет чтение.
2. На стр. 38 при рассмотрении раскрытия берегов трещины говорится: «Оказалось, что формулы для скачка перемещений берегов трещины нелинейной и линейной задач полностью совпадают». На стр. 40, 47 и 87, где приведены формулы для коэффициентов интенсивности, написано: «Такие же коэффициенты интенсивности были получены в линейной задаче о межфазной трещине [75]». Можно привести еще

множество цитат, где констатируется факт совпадения с линейной задачей. Хотелось бы видеть в работе обсуждение причин этого совпадения. Какие именно особенности нелинейных моделей обуславливают совпадение некоторых величин в решениях линейных и нелинейных задач? Или, возможно, подобного совпадения следует ожидать и в случае других нелинейных моделей?

3. На стр. 80 и 90 утверждается: «Для плоского напряженного состояния параметр λ_3 имеет особенность $1/\sqrt{r}$, поэтому напряжения Коши обращаются в нуль у концов трещины». Возникает вопрос: Какой физический смысл нулевых напряжений Коши у концов трещины?
4. На стр. 117 диссертации и на стр. 15 автореферата написано: «По результатам проведенных исследований могут быть даны рекомендации для оценки прочности и разрушения композитных материалов и конструкций с трещинами в условиях больших деформаций». К сожалению, в работе не написано, какие именно рекомендации могут быть даны.
5. На стр. 13 диссертации и стр. 6 автореферата написано: «На языке Python3 разработаны и реализованы алгоритмы для анализа и сравнения результатов решений, использовались библиотеки: SciPy/Numpy, Matplotlib». После прочтения диссертации осталось непонятным, о чем говорится в этой фразе, только лишь о визуализации аналитических результатов с помощью Python3 или об использовании символьных вычислений при построении решений и их асимптотическом анализе.

Общее заключение по диссертации.

Диссертация Т. О. Доманской «Математическое моделирование нелинейных упругих деформаций композитной плоскости с межфазными трещинами и сосредоточенными нагрузками для гармонических материалов» является законченной научно-квалификационной работой, вносящей вклад в развитие

нелинейной теории упругости, содержит новые результаты, представляющие научный и практический интерес. Основные результаты, выносимые на защиту, опубликованы в 21 работе, 3 из которых - в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК. Автореферат достаточно полно отражает содержание диссертации.

Таким образом, диссертация Т. О. Доманской соответствует всем требованиям п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013 г., предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Доманская Татьяна Олеговна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 - Механика деформируемого твердого тела.

Официальный оппонент,
Иванова Елена Александровна
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры «Теоретическая механика»
Федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего образования
«Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого»
195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29
(812) 552-65-10
ivanova_ea@spbstu.ru



Е.А. Иванова

Подпись *Е.А. Ивановой* заверяю

Ф.И.О.

ВЕД СПЕЦИАЛИС
ПО КАДРАМ
ВАСИЛЬЕВА М.А.



Санкт-Петербургского политехнического
университета Петра Великого