

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

ЮШКОВА Михаила Петровича

о диссертационной работе СОРОКИНА Владислава Сергеевича
«Применение и развитие метода прямого разделения движений
для исследования новых классов упругих динамических систем»,

представленной на соискание учёной степени

доктора физико-математических наук по специальности

01.02.04 – Механика деформируемого твёрдого тела

Диссертация В.С.Сорокина посвящена актуальной проблеме создания новых аналитических методов исследования задач механики и динамики деформируемого твердого тела (МДТТ), в частности, распространению упругих линейных и нелинейных волн в средах и структурах с пространственной периодичностью параметров. Подобные задачи, широко встречающиеся в технических приложениях, зачастую рассматриваются в линейной постановке. В связи с этим разработка новых аналитических методов, применимых и в нелинейных случаях, без сомнения, является **актуальной и важной темой** исследований как с теоретической, так и с практической точек зрения. По сути, в работе предлагаются новые методы решения дифференциальных уравнений, описывающих поведение различных динамических систем, так что область применимости этих методов не ограничивается только задачами МДТТ, что увеличивает ценность настоящей диссертации.

В настоящее время существует целый ряд аналитических подходов к решению дифференциальных уравнений, содержащих явный малый параметр, например, методы усреднения, метод многих масштабов, метод прямого разделения движений и т.д. Однако, в достаточно большом количестве актуальных для приложений задач приходится сталкиваться с уравнениями, не содержащими такой параметр в явном виде. Поэтому разработка новых аналитических методов, применимых для решения подобных уравнений, без сомнения, является **актуальной** проблемой; на ее решение и направлена настоящая работа.

Во **Введении** (первой главе работы) описываются цели и задачи диссертации, ее актуальность и научная новизна, практическая и теоретическая значимость полученных результатов и их достоверность. Методы, разрабатываемые в диссертации, основаны на методе прямого разделения движений (МПРД) – подходе, получившем широкое применение для решения различных задач линейной и нелинейной динамики систем и структур, находящихся под действием высокочастотной вибрации. Кратко описываются математические основы данного метода, его преимущества и недостатки перед другими аналитическими методами. С этой целью во **Введении** приводится высококвалифицированный исторический обзор развития нелинейной механики.

Во **второй главе** работы описывается предлагаемый автором модифицированный метод прямого разделения движений. Главным отличием данного метода от традиционного МПРД является отказ от требования к частоте внешнего воздействия на систему быть много больше собственной частоты (собственных частот) этой системы. Возможность такого отказа достигается путем специфического способа введения малого

параметра в рассматриваемую задачу: малый параметр вводится как характеристика разыскиваемого решения, а не как заданный параметр рассматриваемых уравнений. Поэтому использование метода налагает определенные ограничения на класс разыскиваемых решений: могут быть найдены только решения, описывающие колебания, представимые в виде двух составляющих – «медленной» и «быстрой». Благодаря предлагаемому способу введения малого параметра данный метод оказывается приспособленным для решения уравнений, не содержащих такой параметр в явном виде, поэтому область его применимости оказывается шире, чем у классических асимптотических методов. Проводится сравнение модифицированного МПРД с другими подходами, в частности, с методом гармонического баланса и подходами теории Флоке.

Метод используется для решения ряда актуальных модельных задач и уравнений, в том числе уравнения Маттье без малого параметра. Также с его помощью исследуются характеристики нелинейного параметрического усилителя. Особый интерес представляет попытка использования модифицированного МПРД для изучения самовозбуждающихся колебаний в существенно нелинейных автономных системах, что невозможно исследовать с помощью применения традиционного МПРД, занимающегося только неавтономными системами.

Третья глава посвящена другому аналитическому методу, предлагаемому в работе, названному методом изменяющихся амплитуд (МИА). Данный метод является приближенным, а не асимптотическим, так как малый параметр не вводится и не используется в процессе решения. Происходит отказ от предполагаемого в модифицированном МПРД ограничения на класс разыскиваемых решений. По сути метод предполагает переход от исходных уравнений движения к новым уравнениям, не содержащим независимую переменную (аргумент исходных уравнений) в явном виде, что указывает на очевидную связь метода с подходами теории Флоке. Также выявляется связь МИА с классическим методом гармонического баланса – оба метода являются приближенными, и приближения методов допустимы только при учете достаточного количества слагаемых в ряду, в виде которого разыскивается решение.

С помощью МИА рассматривается ряд актуальных задач, в частности, проводится исследование сигнала нелинейного параметрического усилителя. Особый интерес представляет проведенный экспериментальный и теоретический анализ сигнала усилителя при наличии расстройки между частотами внешнего и параметрического воздействий. Отмечается, что существующие аналитические методы оказываются неприменимыми для решения соответствующих уравнений движения.

В четвертой главе диссертации модифицированный МПРД адаптируется и используется для исследования систем, движения которых разделяются не по времени, а по пространственной координате на «медленно» и «быстро» изменяющиеся составляющие. В частности, отмечается применимость метода для изучения распространения упругих волн в пространственно-периодических структурах и медленно меняющихся волноводах. В качестве примера рассматривается задача о колебаниях струны с периодически изменяющимся поперечным сечением; с помощью метода определяются собственные формы и частоты колебаний струны. Отмечается связь метода с подходами гомогенизации.

Пятая глава играет большую роль в диссертации, так как в ней для решения разнородных задач механики активно используется предложенный автором метод изменяющихся амплитуд. Здесь рассматривается ряд задач о распространении упругих волн в различных неоднородных линейных и нелинейных структурах и средах. Вначале на примере исследования колебаний балки Бернулли-Эйлера с переменным поперечным сечением иллюстрируется ряд преимуществ данного метода перед модифицированным МПРД. Во-первых, МИА позволяет находить все собственные формы и частоты периодической структуры в рассматриваемом частотном диапазоне, во-вторых, с его помощью могут быть определены дисперсионные соотношения таких структур, в частности, как полосы частот запирания и пропускания, что представляет существенное значение для приложений.

Далее проводится исследование распространения волн в неоднородной балке Тимошенко. Определенный интерес представляет полученный аналитически результат, подтвержденный с помощью серии численных экспериментов в программе ANSYS, состоящий в том, что с увеличением толщины балки полосы частот запирания расширяются и опускаются в область более низких частот.

Следующая задача, рассмотренная в данной главе и имеющая большое значение для приложений, состоит в изучении возможности подавления вибрации в заданном месте конструкции, находящейся под действием периодической по времени распределенной нагрузки, путем пространственных модуляций параметров этой конструкции. На примере струны с переменным поперечным сечением иллюстрируется эффективность такого способа подавления вибрации.

Особенно интересной с теоретической точки зрения оказывается задача данной главы, рассмотренная в пункте 5.5: здесь теоретически и экспериментально исследуется влияние нелинейных факторов на дисперсионные соотношения и полосы частот запирания периодической балки Бернулли-Эйлера. Как было отмечено выше, существующие аналитические методы оказываются неприменимыми для изучения распространения упругих волн в подобных нелинейных неоднородных средах. Поэтому проведенное автором исследование с помощью МИА, несомненно, обладает существенным значением и новизной. Показано, в частности, что среди рассмотренных источников нелинейности самое существенное влияние на дисперсионное соотношение балки с переменным поперечным сечением оказывает нелинейная инерция, приводящая к исчезновению полос частот запирания.

В пункте 5.7 исследуется динамика струны с пространственно-временными модуляциями параметров, что определенным образом объединяет задачи, рассмотренные в главах 3 и 5 работы. Для решения МИА используется в более общей формулировке, чем ранее. В результате показано, что малая пространственная периодичность движущейся струны может привести к подавлению областей параметрической неустойчивости ее колебаний.

В **Заключении** сформулированы основные результаты диссертации. Также обсуждаются рекомендации и перспективы дальнейшей работы по данной тематике.

Научная новизна работы состоит в разработке и использовании для решения ряда актуальных задач механики и динамики деформируемого твердого тела новых аналитических методов, имеющих определенные преимущества перед традиционными

подходами. Данные методы оказываются применимыми для решения дифференциальных уравнений, не содержащих малый параметр в явном виде. Кроме того, они позволяют находить более широкие классы решений, чем традиционный метод гармонического баланса. С помощью предложенных методов выявлен ряд значимых и новых эффектов, в частности, эффекты, связанные с распространением упругих волн в периодических конструкциях и средах. Определены дисперсионные соотношения рассмотренных систем, полосы частот запирания и их собственные частоты и формы колебаний. В частности, изучены колебания системы с пространственно-временными модуляциями параметров, а также исследовано влияние нелинейных факторов на динамику неоднородной балки Бернуlli-Эйлера.

Обоснованность и достоверность результатов и научных положений работы обеспечивается использованием общепринятых в динамике и механике деформируемого твердого тела моделей систем и процессов. Методы, предлагаемые и используемые в работе, являются продолжением традиционных подходов. При их разработке используется ряд математически и физически обоснованных допущений. В диссертации проводится систематическое сравнение получаемых результатов с известными результатами; также проводится их проверка с помощью численных и натурных экспериментов.

Практическая значимость диссертации состоит в возможности использования эффектов, выявленных с помощью предложенных в работе аналитических методов, при создании новых композитных материалов и периодических конструкций и волноводов с перед заданными динамическими свойствами. Также работа вносит определенный вклад в теорию создания новых высокоэффективных микро- и наномасштабных электромеханических систем и структур – нелинейных параметрических усилителей и сенсоров. Большое теоретическое и практическое значение имеют также эффекты, выявленные для систем с пространственно-временными модуляциями параметров. Диссертация хорошо скомпонована и оформлена, поэтому можно рекомендовать издать ее в виде монографии для дальнейшего практического использования.

Основные научные результаты работы опубликованы в 12 рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ. Работа прошла научную апробацию – докладывалась на большом количестве международных конференций и симпозиумов. Автореферат соответствует содержанию диссертации и позволяет составить достаточно полное представление о ней.

По представленной диссертационной работе можно сделать следующие **замечания и комментарии**:

1. Модифицированный МПРД используется в работе для исследования различных автономных и неавтономных систем и решения соответствующих уравнений движения. Можно ли формально очертить круг задач и/или типы уравнений, для которых данный подход оказывается применимым и дает достоверные результаты?

2. Представляется не совсем корректным сравнение МИА с асимптотическими методами, ведь МИА не предполагает использование малого параметра.

3. Исходя из содержания работы, представляется возможным составить определенную иерархию методов: метод гармонического баланса, модифицированный МПРД и МИА. Все методы предполагают отыскание решения в виде гармонического

ряда. В первом из них амплитуды в этом ряду полагаются константами, во втором – медленно изменяющимися функциями, а в третьем – неизвестными функциями независимого переменного. Таким образом, можно ли утверждать, что предлагаемые в работе методы являются прямым продолжением классического метода гармонического баланса?

4. В главе 5 проводится исследование распространения упругих волн в периодической балке при использовании теорий Бернулли-Эйлера и Тимошенко. При каких значениях выделенных в работе для балки Тимошенко безразмерных параметров теория Бернулли-Эйлера дает приближенные результаты достаточно высокой точности?

В целом сделанные замечания и комментарии не снижают общую высокую оценку работы. В диссертации разработаны новые теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение. Работа имеет существенное теоретическое и практическое значение, обладает новизной и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК России к докторским диссертациям в соответствии с пунктом 9 "Положения о присуждении ученых степеней", утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 года № 842. Автор диссертационной работы, **Сорокин Владислав Сергеевич**, несомненно достоин присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твёрдого тела.

Доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры теоретической и прикладной механики
математико-механического факультета ФГБОУ ВО
"Санкт-Петербургский государственный университет"

М.П.Юшков
20.09.2016 М.П.Юшков

198504, Санкт-Петербург, Петергоф,
Университетский проспект, 28
тел. +79215702767; email: yushkovmp@mail.ru



Документ подготовлен
в порядке исполнения
трудовых обязанностей