ДОПОЛНЕНИЕ.
ОБЗОР РАБОТ ПО НЕЛИНЕЙНЫМ СИСТЕМАМ

Теория управления нелинейными системами за последние два десятилетия развивалась, пожалуй, быстрее, чем другие области теории управления и в настоящее время, судя по числу докладов на крупнейших международных конференциях, доминирует в теории управления. В книге Х.Халила дается всеобъемлющее и достаточно сбалансированное представление о современном состоянии этой теории. В то же время ряд заслуживающих внимания работ последних лет, прежде всего, ряд отечественных работ, не нашли отражение в книге. Краткий библиографический обзор некоторых работ приведен ниже [1].

Анализ систем. Анализ системы начинается с исследования существования и единственности решений, а также устойчивости систем. Ряд классических результатов по условиям существования и устойчивости колебаний для систем 2-го порядка приведен в главе 2 книги Х.Халила. В работах Г.А. Леонова и его учеников на основе использования функций ляпуновского типа получены обобщения классических критериев орбитальной устойчивости Пуанкаре и Дюлака на системы произвольного порядка, а также обобщение теоремы Андронова–Витта об асимптотической орбитальной устойчивости. Изучено также понятие устойчивости по Жуковскому, занимающее промежуточное место между устойчивостью по Пуанкаре (орбитальной) и устойчивостью по Ляпунову [Д39, Д41]. Частотные условия существования и устойчивости состояний равновесия и колебаний в импульсных системах получены в [Д22]. Отметим, что частотные методы исследования показали высокую эффективность для систем, представимых в виде линейной части и нелинейности в цепи обратной связи (см. Рис. 7.1), часто называемых *системами Лурье*.

Подход к нелинейным колебаниям на основе понятий периодических движений и предельных циклов доминировал в теории и в многочисленных приложениях в течение нескольких десятилетий, начиная с работ А.А.Андронова и его школы. Однако полученные к настоящему времени условия существования и устойчивости периодических колебаний зачастую оказываются слишком ограничительными. Например, даже в классической задаче о предельных циклах в линейной системе с реле условия существования глобально устойчивого предельного цикла получены лишь недавно и требуют численной проверки набора линейных матричных неравенств (LMI) [Д80]. С другой стороны, все чаще в природе и технике наблюдаются движения более общего характера, чем периодические. Например, в теории так называемых *фазовых систем*, описывающих динамику электрических машин, систем фазовой автоподстройки частоты, тактовых генераторов представляют интерес непериодические движения, при которых часть координат меняется периодически, а другая часть — монотонно. Такие движения называются циклами второго рода. В книгах [Д21, Д41] изложены эффективные частотные условия существования и устойчивости таких движений. Получены также условия фазовой синхронизации — режима, при котором разности нециклических координат фазовых подсистем стремятся к конечному пределу [Д40, Д42]. Ключевым инструментом исследования являются функции ляпуновского типа и лемма Якубовича–Калмана (Калмана-Якубовича–Попова, см. Леммы 6.2, 6.3 в книге Х.Халила).

Важный класс задач связан с изучением вынужденных колебаний нелинейных систем под влиянием непериодических, но ограниченных внешних воздействий. В частности существование единственного и глобально асимптотически устойчивого ограниченного решения в системе $\dot{x} = F(x,t)$ означает, что в системе имеется единственный предельный рабочий режим. Это свойство называется конвергентностью [Д27]. Стандартным достаточным условием конвергентности является *условие Демидовича*: равномерная отрицательность всех собственных чисел симметризованной матрицы линеаризованной системы $\frac{\partial F(x,t)}{\partial x} + \left[\frac{\partial F(x,t)}{\partial x}\right]^T$. Частотный критерий конвергентности был получен в работе [Д74]. Новые критерии и применения можно найти в работах [Д78, Д92].

Однако требование конвергентности тоже может оказаться слишком жестким: в частности, при наличии локальных неустойчивостей. Наиболее широким из известных понятий колебательности является так называемая *колебательность по Якубовичу* [Д41, Д76]. Напомним, что система $\dot{x} = F(x,t)$ называется колебательной по Якубовичу по выходу $\psi = \eta(x)$ если для почти всех $x_0 \in R^n$ *решения* $x(t,x_0)$ системы ограничены и для почти всех начальных условий выполнено:

$$\varliminf_{t\to+\infty} \psi\,(\,x(t,x_0)\,) < \varlimsup_{t\to+\infty} \psi\,(\,x(t,x_0)\,)\,.$$

Решения колебательной системы могут иметь нерегулярный, в том числе хаотический характер. В.А. Якубовичем был получен частотный критерий колебательности для систем Лурье [Д76]. Условия колебательности для соединения двух нелинейных систем получены в [Д32] с использованием двух функций Ляпунова.

Еще одно направление исследований связано с понятием *частичной устойчивости*. Специальным случаем этого свойства является устойчивость по части переменных, систематически изучавшаяся В.В.Румянцевым и его последователями, начиная с 1957 года

[1] Автор Дополнения приносит извинения за возможные проявления субъективности в оценках и составлении списка дополнительной литературы.

[Д20, Д59, Д60]. В книге [Д49] на языке функций Ляпунова даны условия частичной устойчивости по отношению к некоторой функции состояния системы (Теорема 2.14). Одним из важных применений частичной устойчивости являются задачи синхронизации и анализа синхронных режимов, где состояния или выходы двух или нескольких подсистем изменяются согласованно. Следует отметить, что свойство устойчивости по отношению к функциям было введено еще в 1892 году в основополагающей работе А.М.Ляпунова, где оно, однако не было исследовано.

В книге интенсивно используется знаменитая Лемма Якубовича–Калмана, называемая также Леммой Калмана–Якубовича–Попова или частотной теоремой, см. леммы 6.1–6.3. О современных трактовках и обобщениях и применениях Леммы см. [Д26, Д51]. Неточность, имеющуюся в формулировке леммы 6.1 легко устранить с помощью формулируемой ниже «полувырожденной» версии частотной теоремы, установленной В.А. Якубовичем в 1966 г. [Д21, Д75].

Введем следующие обозначения (через $\mathrm{Re}\, K$ обозначается эрмитова часть матрицы: $\mathrm{Re}\, K = (K + K^*)/2$):

$$Q(H) = \begin{bmatrix} -(HA + A^*H + R) & -(Ha+b) \\ -(Ha+b)^* & \rho \end{bmatrix},$$

$$\pi(\lambda) = \rho + 2\mathrm{Re}\left(b^*(\lambda I_n - A)^{-1}a\right) + a^*(\lambda^* I_n - A^*)^{-1}R(\lambda I_n - A)^{-1}a,$$

где $H = H^*$ — $(n \times n)$-матрица, $R = R^*$ — $(n \times n)$-матрица, $\rho = \rho^*$ — $(m \times m)$-матрица, a, b — $(n \times m)$-матрицы, λ — комплексное число. Пусть $m = m_1 + m_2$, где m_1, m_2 — целые числа, и пусть матрицы ρ, π, a разбиты на блоки следующим образом:

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix}, \ \pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{bmatrix}, \ a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

и $\rho_{12} = \rho_{21}^* = 0,\ \rho_{22} = 0$.

Теорема [Д75]. Пусть A — гурвицева матрица, $\rho_{11} \geqslant 0$ и $\mathrm{rank}\, a_2 = m_2$. Для существования матрицы $H = H^*$ такой, что $Q(H) \geqslant 0$ и $\mathrm{rank}\, Q = n + m_1$ необходимо и достаточно, чтобы

(1) $\pi(i\omega) > 0$ для всех вещественных ω; $(i^2 = -1)$,

(2) $\lim\limits_{\omega \to \infty} \omega^2 \left(\pi_{22}(i\omega) - \pi_{21}(i\omega)\ \pi_{11}^{-1}(i\omega)\ \pi_{12}(i\omega)\right) > 0$.

Отметим, что при $m_2 = 0$ теорема превращается в «невырожденную» частотную теорему, а при $m_1 = 0$ превращается в лемму 6.3. При $m_1 = 0$, $C = 0$ она устанавливает, что необходимым и достаточным условием разрешимости матричных неравенств $HA + A^*H < 0$, $Ha = -b$ является строгая положительная вещественность передаточной матрицы $b(\lambda I_m - A)^{-1}a$.

С ростом сложности систем все большую роль в их анализе играют численные методы. Наряду с классическими задачами статического и динамического анализа — построения установившихся режимов и траекторий, все чаще возникают задачи анализа более сложного поведения: бифуркационный анализ, оценка ляпуновских показателей, энтропии, размерности и других характеристик нелинейной динамики систем. Вопросам численного анализа динамических систем посвящены книги [Д8, Д46, Д77, Д88, Д90]. Эффективные численные методы решения задач анализа и синтеза линейных и нелинейных систем разработаны на основе аппарата линейных матричных неравенств (LMI) [Д11, Д**?**].

Задачи синтеза. Задачи синтеза являются центральными для теории управления. Прежде всего, следует упомянуть о работах по оптимальному синтезу, которому в книге уделено мало внимания. В 1950-1960х годах оптимальные системы находились на гребне интереса исследователей, во многом благодаря работам Л.С.Понтрягина, А.А.Фельдбаума и их последователей. В последние годы в мировой литературе оптимальным системам уделяется меньше внимания, и дело здесь, видимо, в том, что их реализация требует достаточно полной и точной информации о модели объекта, а для нелинейных объектов еще и значительного объема вычислений. Кроме того, трудности возникают из-за многокритериальности реальных задач синтеза. Для более или менее сложных систем эти препятствия часто становятся непреодолимыми. Тем не менее, методы оптимального управления продолжают развиваться, идя по пути решения указанных проблем. Требование знания модели объекта может быть ослаблено, если строить схемы, оптимальные на классе объектов, т. е. *робастные*. Робастные алгоритмы управления механическими системами были разработаны Ф.Л. Черноусько и его учениками [Д72], см. также [Д34]. Эффективным подходом к заданию неопределенностей является метод эллипсоидов, в котором считается, что неопределенные параметры принадлежат эллипсоиду, характеризующемуся своим центром и матрицей главных осей [Д71, Д85]. Такой подход позволяет также рассматривать задачи с неполными измерениями. Среди недавних книг по оптимальному управлению следует отметить [Д2, Д9, Д47].

Одним из подходов к решению задач управления по выходу (управления с неполными измерениями) является использование наблюдателей. В книге Х.Халила описывается синтез управления на основе наблюдателей с большим коэффициентом усиления. Однако имеются и другие методы: дифференциально-геометрический [Д38], на основе скользящих режимов [Д4], каскадный [Д37]. Новая форма нелинейных наблюдателей, предложенная В.О. Никифоровым [Д49, Д89] использована для синтеза систем синхронизации и управления колебательными процессами [Д7, Д31].

Однако применение наблюдателей — не единственный подход к решению задачи управления по выходу. Среди других отметим метод вспомогательных фильтров [Д14, Д15] и метод шунтирования [Д4], в которых размерность дополнительных динамических звеньев на единицу меньше, чем относительная степень объекта управления, т.е. может быть существенно меньше, чем в системах с наблюдателями.

Эффективным способом решения задач управления по выходу является метод пассификации, изложенный в параграфе 14.3, см. также [Д49, Д55]. Вариант этого метода для нелинейных систем класса Лурье в адаптивном и неадаптивном вариантах, основанный на необходимых и достаточных условиях пассификации линейных систем, предложенных в [Д66, Д67] с успехом применялся к решению различных задач управления полетом, оценивания, синхронизации, см. обзор [Д6].

Ляпуновский синтез, пассификацию, управление в скользящем режиме и некоторые другие подходы можно рассматривать в рамках единой схемы, называемой методом скоростного градиента (СГ) [Д4, Д49, Д68]. Метод СГ предписывает изменять управляющее воздействие в направлении, противоположном скоростному градиенту — градиенту от скорости изменения целевой функции в силу уравнения объекта (более общо — в направлении, образующем тупой угол со скоростным градиентом). Для объектов управления, описываемых моделями состояния $\dot{x} = F(x, u, t)$ и целей управления $Q(x(t), t) \to 0$ при $t \to \infty$, где $Q(x, t) \geqslant 0$ — целевая функция, алгоритм скоростного градиента в конечной форме имеет вид $u = -\gamma\varphi(\nabla_u \dot{Q})$, где $\dot{Q} = \partial Q/\partial t + \partial Q/\partial x F(x, u, t)$, $\varphi(y)^T y > 0$ при $y \neq 0$, $\gamma > 0$ — скалярный или матричный коэффициент усиления. В частном случае систем, не зависящих от времени, алгоритм СГ совпадает с алгоритмом теоремы 14.4. Можно показать, что по отношению к выходу, задаваемому вектором скоростного градиента объект при естественных условиях оказывается пассифицируемым, т. е. метод СГ обеспечивает стабилизацию объекта.

Из книг на русском языке следует упомянуть учебники [Д1, Д38], широко использующие геометрический подход, а также книгу С.В. Емельянова [Д30], где излагаются топологические подходы к исследованию широкого круга нелинейных задач, базирующиеся на понятиях степени отображения, вращения векторного поля, топологического индекса. Среди недавно выпущенных отметим отечественные учебники [Д10, Д48, Д53] и переводной учебник [Д25]. Из немногих направлений, где отечественная наука в последние годы имеет приоритет, следует отметить управление стохастическими нелинейными колебаниями [Д61, Д82–Д84, Д94] и синергетический подход [Д35].

На практике все чаще применяются интеллектуальные системы управления, в частности, нейросетевые и нечеткие системы. Хотя за рубежом поток литературы по этим направлениям не иссякает уже много лет, количество книг на русском языке до сих пор исчисляется единицами [Д45, Д57, Д63]. По адаптивному управлению нелинейными системами, наоборот, книг в России в последние годы издано больше, чем в других странах [Д31, Д49, Д52, Д64].

Новые направления. Перечислим некоторые новые направления в области нелинейных систем, появившиеся в последние несколько лет.

Управление хаосом. Кибернетическая физика. Одним из важных открытий второй половины XX века стало возможность возникновения в нелинейных детерминированных системах нерегулярных, хаотических колебаний. Известны различные математические определения хаоса. Однако большинство из них выражает близкие по типу свойства динамических систем, связанные со «сверхчувствительностью» к начальным условиям: даже сколь угодно близкие траектории с течением времени расходятся на конечное расстояние, т.е. прогноз траектории на длительное время оказывается невозможен. Оказалось, что системы и модели, описывающие хаотическое поведение, встречаются во многих областях науки и техники, и в ряде случаев являются более подходящим инструментом описания нерегулярных колебаний и неопределенности, чем стохастические, вероятностные модели. Достаточно заметить, что широкий класс хаотических систем — это хорошо известные генераторы псевдослучайных чисел. Тем более удивительной оказалась обнаруженная в 1990г. Э. Оттом, Ч. Гребоджи и Дж. Йорке возможность существенного изменения свойств хаотической системы при помощи весьма малого изменения ее параметров [Д91]. В частности, было показано путем компьютерного моделирования, что достаточно малым изменением параметра системы можно хаотическую траекторию преобразовать в периодическую и наоборот, если изменять параметр с учетом изменения текущего состояния системы, т. е. в контуре обратной связи. В последующих публикациях эффект был подтвержден экспериментально и указаны области его приложений: лазеры, системы связи, химические технологии, медицина (лечение аритмии и эпилепсии). Парадоксальность вывода (хаос нельзя прогнозировать, но им можно управлять) вызвала взрыв интереса исследователей и породила лавину публикаций, демонстрирующих возможность существенного изменения свойств разнообразных хаотических систем в природе и технике при помощи относительно небольших изменений параметров или внешних воздействий. По данным Science Citation Index, к концу 1990-х годов по этой тематике публиковалось более чем 300 статей в год в рецензируемых журналах, а общее число публикаций перевалило за 3000. Более подробный обзор работ по управлению хаосом можно найти в [Д5, Д69]. Управление хаосом — это только одно из направлений в области на стыке кибернетики и физики, привлекающей все больше внимания, начиная с 1990-х. К другим относятся управляемая синхронизация, оптимизационная термодинамика, управление пучками частиц, управление квантовыми системами [Д69, Д70]. Область получила название «кибернетическая физика» — исследование физических систем кибернетическими методами.

Управление и оценивание в сетях. Слияние теорий управления, вычислений и связи. В последнее время в литературе наблюдается интерес к управлению сетями взаимосвязанных физических систем. Примерами таких задач являются управление пространственно распределенными предприятиями, включая сети материально-технического снабжения и реализации готовой продукции; управление группой транспортных средств, строем летательных аппаратов, коллективом роботов и т.д. Внедрение подобных систем обусловлено бурным развитием информационно-коммуникационных средств, в том числе беспроводных систем связи и беспроводных датчиков. Растет также интерес к моделированию сетей и управлению биологическими, биохимическими и социальными сетями, молекулярными кластерами и т.д. В то же время из-за сложности объектов управления и возникающих целей управления координация действий в распределенных системах и сетях становится все более сложной проблемой. Дополнительные трудности обусловлены ограничениями на обмен информацией между подсистемами, необходимостью учета ограниченной пропускной способности каналов связи [Д79, Д87]. Новые задачи требуют одновременного рассмотрения аспектов теории управления, теории информации и численных методов, а также физики (статистической механики). Разрабатываемые сетевые встраиваемые системы все чаще называются *киберфизическими системами*, поскольку часть их компонентов является объектами реального мира, а другая часть - виртуальными, информационными объектами. Киберфизическая система интегрирует способности к вычислениям, связи и хранению информации с мониторингом и/или управлением объектами физического мира и должна делать это надежно, безопасно, эффективно и в реальном времени [Д86].

К сожалению, неи возможности перечислить здесь все новые направления в облаcи нелинейных сиситем. Многие новые результаты обсуждаются на международном семинаре «Устойчивость и колебания нелинейных систем» им. Е.С. Пятницкого, проводимом раз в два года в Москве Институтом проблем управления. Основные труды семинара публикуются в журнале «Автоматика и телемеханика».

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[Д1] Аграчев А.А., Сачков Ю.Л. Геометрическая теория управления. М.: Физматлит, 2005.

[Д2] Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление.- 2-е изд., М.: Физматлит, 2006.

[Д3] Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1976.

[Д4] Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. СПб: Наука, 1999.

[Д5] Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Управление хаосом: Методы и приложения. I. Методы // Автоматика и телемеханика, 2003. № 5, С. 3–45. II. Приложения // Автоматика и телемеханика. 2004. № 4, С. 3–34.

[Д6] Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Метод пассификации в задачах адаптивного управления, оценивания и синхронизации // Автоматика и Телемеханика, 2006, № 11, С. 3-37.

[Д7] Андриевский Б.Р., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Синхронизация нелинейных непассифицируемых систем на основе адаптивных наблюдателей // Автоматика и Телемеханика, 2007, № 7, С. 74–89.

[Д8] Арсеньев Д.Г., Иванов В.М., Кореневский М.Л., Адаптивное управление в стохастических методах вычислительной математики и механики, СПб., Наука, 2005.

[Д9] Арутюнов А.В., Магарил-Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М. Принцип максимума Понтрягина. Доказательство и приложения. М.: Факториал Пресс, 2006.

[Д10] Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления (3-е изд.) М.: Высшая школа, 2002.

[Д11] Баландин Д.В., Коган М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. М.: Физматлит, 2007.

[Д12] Барбашин Е.А., Красовский Н.Н. Об устойчивости движения в целом // Докл. АН СССР.- 1952.- Т.86, № 3.- С.453–456.

[Д13] Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. 4-е изд. СПб: Профессия, 2004.

[Д14] Бобцов А.А. Синтез закона управления для стабилизации нелинейной системы по измерениям выхода // Изв. РАН. ТиСУ. 2004. № 3. С. 40–45.

[Д15] Бобцов А.А., Николаев Н.А. Синтез управления нелинейными системами с функциональными и параметрическими неопределенностями на основе теоремы Фрадкова // 2005, № 1, С. 118–126.

[Д16] Бобылев Н.А., Красносельский А.М., Красносельский М.А. Устойчивость периодических колебаний и возможность их построения методом гармонического баланса // Автоматика и телемеханика, 1989, № 5, С. 179–181.

[Д17] Бобылев Н.А., Бурман Ю.М., Коровин С.К. Оценки погрешности метода гармонического баланса // Автоматика и телемеханика, 1992, № 6, С. 3–15.

[Д18] Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974.

[Д19] Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высшая школа, 1990.

[Д20] Воротников В.И., Румянцев В.В. Устойчивость и управление по части координат фазового вектора динамических систем: теория, методы и приложения. М.: Научный мир, 2001.

[Д21] Гелиг А.Х., Леонов Г.А., Якубович В.А. Устойчивость нелинейных систем с неединственным состоянием равновесия. М.: Наука, 1978.

[Д22] Гелиг А.Х., Чурилов А.Н. Колебания и устойчивость нелинейных импульсных систем. СПб.: Изд-во СПбГУ, 1993.

[Д23] Гелиг А.Х., Зубер И.Е., Чурилов А.Н.. Устойчивость и стабилизация нелинейных систем. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2006.

[Д24] Гольдфарб Л.С. О некоторых нелинейностях в системах регулирования // Автоматика и Телемеханика. 1947. T.VIII. № 5. С. 349–383.

[Д25] Гудвин Г.К., Гребе С.Ф., Сальгадо М.Э. Проектирование систем управления: Классическое ПИД-управление; Синтез в пространстве состояний; Цифровые и гибридные системы управления и др. Бином. Лаборатория знаний, 2004.

[Д26] Гусев С.В., Лихтарников А.Л. Очерк истории леммы Калмана-Попова-Якубовича и S-процедуры // Автоматика и Телемеханика, 2006, № 11, С. 159–174.

[Д27] Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967; 2-е изд. МГУ, 1998.

[Д28] Дружинина М.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Методы адаптивного управления нелинейными объектами по выходу. Обзор // Автоматика и телемеханика, 1996, №2, С. 3–33.

[Д29] Дружинина М.В., Фрадков А.Л. Методы скоростного градиента и скоростной разности в задаче нелинейного управления: пошаговый синтез. Дифференциальные уравнения, 1994, Т. 30, №11, С. 1861–1867.

[Д30] Емельянов С.В., Коровин С.К., Бобылев Н.А. Методы нелинейного анализа в задачах управления и оптимизации. М.: УРСС, 2002.

[Д31] Ефимов Д.В.. Робастное и адаптивное управление нелинейными колебаниями. СПб.: Наука, 2005.

[Д32] Ефимов Д.В., Фрадков А.Л. Условия колебательности по Якубовичу для нелинейных систем. В кн.: Нелинейные системы. Частотные и матричные неравенства. Под ред. А.Х.Гелига, Г.А.Леонова, А.Л.Фрадкова. М.: Физматлит, М., 2008, С.303–318.

[Д33] Зеликин М.И. Оптимальное управление и вариационное исчисление. М.: УРСС, 2004.

[Д34] Каюмов О.Р. Глобально управляемые механические системы. М.: Физматлит, 2007.

[Д35] Колесников А.А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. М.: КомКнига, 2006.

[Д36] Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. 6-е изд. М.: Наука, 1989.

[Д37] Краснова С.А., Уткин В.А. Каскадный синтез наблюдателей состояния динамических систем. М.: Наука, 2006.

[Д38] Краснощеченко В.И., Крищенко А.П. Нелинейные системы: геометрические методы анализа и синтеза. М.: Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана, 2005.

[Д39] Леонов Г.А. Хаотическая динамика и классическая теория устойчивости движения РХД, 2006.

[Д40] Леонов Г.А., Фазовая синхронизация. Теория и приложения // Автоматика и телемеханика, 2006, № 10, С. 47–85.

[Д41] Леонов Г.А., Буркин И. М., Шепелявый А.И. Частотные методы в теории колебаний. СПб.: Изд-во СПбГУ, 1992.

[Д42] Леонов Г.А., Смирнова В.Б. Математические проблемы теории фазовой синхронизации. М., "Наука", 2000.

[Д43] Лурье А.И., Постников В.Н. О теории устойчивости систем управления // Прикладная математика и механика, 8(3), 1944.

[Д44] Лурье А.И. Некоторые нелинейные задачи теории автоматического регулирования. М.: Гостехиздат. 1951.

[Д45] Макаров И.М., Лохин В.М., Манько С.В., Романов М.П. Искусственный интеллект и интеллектуальные системы управления. М.: Наука, 2006.

[Д46] Маланин В., Полосков И. Случайные процессы в нелинейных динамических системах. Аналитические и численные методы исследования РХД 2002.

[Д47] Матвеев А.С., В.А. Якубович В.А. Оптимальные системы управления: Обыкновенные дифференциальные уравнения. Специальные задачи: Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2003.

[Д48] Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Нелинейные и оптимальные системы. Издательский дом «Питер», 2005.

[Д49] Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000.

[Д50] Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. М.: Наука, 1981.

[Д51] Нелинейные системы. Частотные и матричные неравенства. Под ред. А.Х.Гелига, Г.А.Леонова, А.Л.Фрадкова. М.: Физматлит, 2008.

[Д52] Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. СПб .: Наука, 2003.

[Д53] Пантелеев А.В., Бортаковский А.С., Руденко Е.А. Нелинейные системы управления: Описание, анализ и синтез. М.: Вузовская книга, 2008.

[Д54] Первозванский А.А. Курс теории автоматического управления. М.: Наука, 1986.

[Д55] Полушин И.Г., Фрадков А.Л., Хилл Д.Д. Пассивность и пассификация нелинейных систем (обзор). Автоматика и телемеханика // 2000, № 3, С. 3–37.

[Д56] Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.

[Д57] Поляхов Н.Д., Приходько И.А. Нечеткие системы управления. Учебн. пособие. СПб.: Изд СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2003.

[Д58] Попов Е.П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. М.: Наука, 1973.

[Д59] Румянцев В.В. Об устойчивости движения по отношению к части переменных // Вестн. Моск. ун-та, 1957, № 4, С. 9–16.

[Д60] Румянцев В.В., Озиранер А.С. Устойчивость и стабилизация движения по отношению к части переменных. М. Наука, 1987.

[Д61] Ряшко Л.Б. Стабилизация стохастически возмущенных нелинейных колебаний // Автоматика и телемеханика. 2007. № 10. С. 155–165.

[Д62] Смирнов В.И. Курс высшей математики. В пяти томах. 1974.

[Д63] Терехов В.А., Ефимов Д.В., Тюкин И.Ю. Нейросетевые системы управления: Учеб. пособие для вузов. М.: Высш. школа, 2002.

[Д64] Тюкин И. Ю., Терехов В. А. Адаптация в нелинейных динамических системах. М.: Изд-во ЛКИ, 2008.

[Д65] Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа. В 2-х частях, СПб.: Изд-во Лань, 2006.

[Д66] Фрадков А.Л. Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // Автоматика и телемеханика, 1974, № 12, С. 96–103.

[Д67] Фрадков А.Л. Квадратичные функции Ляпунова в задаче адаптивной стабилизации линейного динамического объекта // Сибирский математический журнал. 1976. Т. 17, № 12, С. 436–445.

[Д68] Фрадков А.Л. Схема скоростного градиента в задачах адаптивного управления // Автоматика и телемеханика, 1979. № 9. С. 90–101.

[Д69] Фрадков А.Л. Кибернетическая физика: принципы и примеры. СПб.: Наука, 2003.

[Д70] Фрадков А.Л. О применении кибернетических методов в физике // Успехи физических наук, 2005, Т.175, № 2, С. 113–138.

[Д71] Черноусько Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов. М.: Наука, 1988.

[Д72] Черноусько Ф.Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006.

[Д73] Чурилов А. Н., Гессен А. В. Исследование линейных матричных неравенств. Путеводитель по программным пакетам. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2004.

[Д74] Якубович В.А. Метод матричных неравенств в теории устойчивости нелинейных регулируемых систем. I. Абсолютная устойчивость вынужденных колебаний // Автоматика и телемеханика, 1964. Т. 25. № 7. С. 1017–1029.

[Д75] *Якубович В.А.* Периодические и почти периодические предельные режимы регулируемых систем с несколькими нелинейностями // ДАН СССР. 1966. Т. 171. № 3. С. 533–536.

[Д76] Якубович В.А. Частотные условия автоколебаний в нелинейных системах с одной стационарной нелинейностью // Сиб. мат. журн. 1973. Т. 14. № 5. С. 1100–1129.

[Д77] Acary V., Brogliato B. Numerical Methods for Nonsmooth Dynamical Systems, Springer, 2008.

[Д78] van den Berg R.A., Pogromsky A.Y., Leonov G.A., Rooda J.E. Design of convergent switched systems. In: Lecture Notes in Control and Information Sciences 336: Group Coordination and Cooperative Control, pp. 291–311. Springer-Verlag, 2006.

[Д79] Fradkov A.L., Andrievsky B., Evans R. Synchronization of Nonlinear Systems under Information Constraints // Chaos, 2008, V.18, Is. 3, 037109, 1-6.

[Д80] Goncalves J., Megretski A., Dahleh M. Global Stability of Relay Feedback Systems // IEEE Trans. Autom. Control, 2001, 46(4): pp. 550–562.

[Д81] Iwasaki, T., Meinsma G., Fu M. Generalized S-procedure and Ïnite frequency KYP lemma. Mathematical Problems in Engineering // 2000, 6, pp. 305–320.

[Д82] Kovaleva A. Optimal Control of Mechanical Oscillations. Springer-Verlag. NY, 1999.

[Д83] Kovaleva A. Upper and lower bounds of stochastic resonance and noise-induced synchronization in a bistable oscillator // Physical Review E, 74, 011126 , 2006.

[Д84] Kovaleva, A.; Akulenko, L. Approximation of Escape Time for Lagrangian Systems With Fast Noise // IEEE Trans. Autom. Control, 2007, V. 52, 12, pp. 2338 –2341.

[Д85] Kurzhanski A.B., Valyi I. Ellipsoidal Calculus for Estimation and Control. Boston, MA: Birkhauser, 1996.

[Д86] Lee E.A. Cyber-Physical Systems: Design Challenges. In: 2008 11th IEEE Symposium on Object Oriented Real-Time Distributed Computing (ISORC), 2008, pp. 363–369.

[Д87] Matveev A.S., Savkin A. Estimation and Control over Communication Networks. Birkhauzer, 2008.

[Д88] Naifeh A., Balachandran, B. Applied Nonlinear Dynamics. Analytical, Computational and. Experimental Methods. Wiley, 1995.

[Д89] Nikiforov V.O., Robust High-order Tuner of Simplified Structure. // Automatica 1999, 35 (8), pp. 1409–1415.

[Д90] Nusse E.N., Yorke J.A. Hunt B.C. Kostelich E.J. Dynamics: Numerical Explorations. Springer, 1997.

[Д91] Ott E., Grebogi C., Yorke J. Controlling chaos // Phys. Rev. Lett. 1990, V. 64. № 11. pp. 1196–1199.

[Д92] Pavlov A., van de Wouw N., Nijmeijer H. Uniform Output Regulation of Nonlinear Systems: a Convergent Dynamics Approach. Birkhauser, 2006.

[Д93] Rantzer, A. On the Kalman-Yakubovich-Popov lemma. Systems & Control Letters. 1996, 28, 1, pp. 7–10.

[Д94] Ryashko L.B. Exponential mean square stability of stochastically forced invariant manifolds for nonlinear SDE // Stochastics and dynamics. 2007, V.7, No. 3, pp. 389–401.

Сентябрь 2008г., Санкт-Петербург, Александр Фрадков