

© 2016 г.

М. С. Ананьевский, канд. физ.-мат. наук,

Р. Э. Сейфуллаев, канд. физ.-мат. наук,

Д. А. Никитин,

А. Л. Фрадков, док. техн. наук

(ИПМаш РАН, СПбГУ, СПбГУ ИТМО, г. Санкт-Петербург)

УПРАВЛЕНИЕ СИНХРОНИЗАЦИЕЙ ДВУХ МАЯТНИКОВ НА ТЕЛЕЖКЕ ЧЕРЕЗ ИНТЕРНЕТ¹

В работе исследуется проблема управления синхронизацией двух мехатронных систем типа "маятник на тележке" по схеме "ведущий – ведомый" через сетевой канал связи. Рассмотрено два алгоритма управления: метод скоростного градиента и пропорционально-дифференциальный регулятор. Проведен теоретический анализ работоспособности алгоритма. Приведены результаты экспериментов "в железе".

Ключевые слова: сетевое управление, синхронизация колебаний, управление маятником на тележке, управление колебаниями.

I. Введение

В последние годы в связи с развитием телекоммуникационных систем и повсеместным проникновением широкополосного доступа, становятся актуальными задачи управления через различные сети. Если управляемая система состоит из нескольких физически удаленных друг от друга подсистем (несколько объектов управления, несколько регуляторов), то удобно осуществлять взаимодействие между ними по стандартным, зачастую уже имеющимся, каналам связи интранет или Интернет. Однако, управление через сеть имеет свои сложности, в частности, сетевые каналы связи создают плохо прогнозируемые нестационарные задержки при передаче данных.

Управление через сеть – сравнительно новый, но интенсивно развивающийся раздел теории управления [1], [2], [3], [4], [5], [6], [16]. В работе [7] представлены результаты нескольких экспериментов по удаленному управлению через разные цифровые каналы связи: через Интернет, через беспроводные каналы (wireless lan), через интранет, обратная связь осуществлялась по видеосигналу от различных приложений: iChat/Skype, HaiVision, Hai1000, Hai200 и др. В работе [8] исследовалась проблема стабилизации перевернутого маятника по локальной сети.

¹ Работа выполнена при поддержке гранта СПбГУ № 6.38.230.2015 и гранта Правительства РФ № 074-U01, результаты по дискретному управлению системой Лурье (раздел III) получены в ИПМаш РАН при поддержке гранта РФ, проект № 14-29-00142.

В настоящей работе исследуется проблема синхронизации двух мехатронных систем типа "маятник на тележке", при этом и сигналы от датчиков, и управляющие сигналы передаются через Интернет. Статья организована следующим образом: во втором разделе дается постановка задачи управления через сеть в общем виде и описывается подход к синтезу управления на основе метода скоростного градиента, в третьем разделе получены теоретические результаты для систем Лурье, в четвертом разделе дана упрощенная математическая модель маятника на тележке, в пятом разделе получены алгоритмы управления синхронизацией, в шестом разделе получено теоретическое обоснование алгоритмов управления, в седьмом разделе представлены результаты эксперимента "в железе", последний, восьмой раздел, содержит заключение.

II. Постановка задачи управления через сеть

Рассматривается математическая модель объекта управления в общем виде

$$\dot{x} = f(x, u, t), x(0) = x_0, x \in R^n, u \in R^m, \quad (1)$$

здесь x – вектор состояния, решение уравнения (1), $f(x,u,t)$ – некоторая функция, u – функция управления, t – время, точкой обозначено дифференцирование по времени. Цель управления задается как стремление некоторой "целевой функции" $Q(x,t)$ к нулю вдоль траекторий системы:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} Q(x(t), t) = 0, \quad (2)$$

где $x(t)$ это решение уравнения (1) с некоторым допустимым управлением $u(t)$.

Управление по обратной связи через сеть реализуется с некоторой нестационарной задержкой и дискретизировано, поэтому оно имеет вид:

$$u(t) = u(x(t_k)), t \in [t_k + \Delta_k, t_{k+1} + \Delta_{k+1}), k \in N, \quad (3)$$

здесь k – номер отсчета при дискретизации, Δ_k – величина задержки, возникающей при передаче данных через сеть.

Для построения алгоритма по методу скоростного градиента вводится вспомогательная функция $w(x,u,t)$, которая обозначает скорость изменения целевой функции $Q(x,t)$ вдоль траекторий системы (1):

$$w(x, u, t) = \frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} f(x, u, t). \quad (4)$$

Затем нужно взять градиент от функции $w(x,u,t)$ по переменной u :

$$\nabla_u w(x, u, t) = \nabla_u \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} f(x, u, t). \quad (5)$$

Согласно методу скоростного градиента алгоритм управления предлагается брать в следующем виде:

$$u = -G \nabla_u w(x, u, t), \quad (6)$$

где $G > 0$ – симметричная, положительно определенная матрица. Алгоритм (6) называется алгоритмом скоростного градиента [9], [15] поскольку он выбирает управление $u(t)$ пропорционально градиенту скорости изменения целевой функции $Q(x(t), t)$ вдоль траекторий системы.

III. Дискретное управление системой Лурье

Рассматривается система, правые части которой разбиты на линейные и нелинейные слагаемые (система в форме Лурье):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + q\xi(t) + (B + B_0\xi_0(t))u(t), \\ \sigma(t) &= r^T x(t), \quad \sigma_0(t) = r_0^T x(t), \\ \xi(t) &= \varphi(\sigma(t), t), \quad \xi_0(t) = \varphi_0(\sigma_0(t), t), \\ x &\in R^n, \quad u \in R^m, \\ A &\in R^{n \times n}, \quad B \in R^{n \times m}, \quad B_0 \in R^{n \times m}, \\ q &\in R^n, \quad r \in R^n, \quad r_0 \in R^n, \end{aligned} \quad (7)$$

где x – вектор состояния системы, u – вектор управления, A , B , B_0 – постоянные матрицы, q , r , r_0 – постоянные вектора.

Пусть для нелинейной функции $\xi(t) = \varphi(\sigma(t), t)$ выполнено секторное условие:

$$\mu_1 \sigma^2 \leq \sigma \xi \leq \mu_2 \sigma^2, \quad t \geq 0, \quad (8)$$

где $\mu_1 < \mu_2$ – вещественные числа. Пусть нелинейная функция $\xi_0(t)$ ограничена:

$$\varphi_0^- \leq \xi_0(t) \leq \varphi_0^+. \quad (9)$$

Рассматривается последовательность точек дискретизации $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_k < \dots$ и кусочно-постоянная функция управления

$$u(t) = u_d(t_k), \quad t_k \leq t_{k+1}, \quad (10)$$

где

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} t_k = +\infty. \quad (11)$$

Пусть $h > 0$, и

$$t_{k+1} - t_k \leq h, \forall k \geq 0,$$

рассматривается дискретный закон управления:

$$u(t) = Kx(t_k), \quad t_k \leq t < t_{k+1}, \quad K \in R^{m \times n}. \quad (12)$$

Функция управления (12) может быть переписана следующим образом:

$$u(t) = Kx(t - \tau(t)), \quad \tau(t) = t - t_k, \quad t_k \leq t < t_{k+1}. \quad (13)$$

Система (7) в замкнутом виде:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + (B + B_0 \xi_0(t))Kx(t - \tau(t)) + q\xi(t)$$

$$\sigma(t) = r^T x(t), \quad \sigma_0(t) = r_0^T x(t)$$

$$\xi(t) = \varphi(\sigma(t), t), \quad \xi_0(t) = \varphi_0(\sigma_0(t), t)$$

$$\tau(t) = t - t_k, \quad t_k \leq t < t_{k+1} \quad (14)$$

Для получения оценки снизу на максимально допустимый шаг дискретизации используется S-процедура [11] и метод Э. Фридман [10] для линейных систем, но с новым функционалом типа функционала Ляпунова–Красовского. Следующая теорема следует из результатов работ [12], [13].

Пусть P, Q – симметричные положительно определенные матрицы размера $n \times n$, $P_2, P_3, X, X_1, Y_1, Y_2, Y_3, T$ – некоторые матрицы, $\kappa_0^-, \kappa_0^+, \kappa_1^-, \kappa_1^+$ – положительные вещественные скаляры.

Рассматривается система линейных матричных неравенств

$$\Theta = \Theta(h, P, X, X_1), \quad \Theta \in R^{2n \times 2n},$$

$$\Psi_{H0}^- = \Psi_{H0}^-(P, Q, P_2, P_3, X, X_1, Y_1, Y_2, Y_3, \kappa_0^-, \kappa_0^+, \kappa_1^-, \kappa_1^+), \quad \Psi_{H0}^- \in R^{(3n+N) \times (3n+1)},$$

$$\Psi_{H0}^+ = \Psi_{H0}^+(P, Q, P_2, P_3, X, X_1, Y_1, Y_2, Y_3, \kappa_0^-, \kappa_0^+, \kappa_1^-, \kappa_1^+), \quad \Psi_{H0}^+ \in R^{(3n+N) \times (3n+1)},$$

$$\Psi_{H1}^- = \Psi_{H1}^-(h, \alpha, P, Q, P_2, P_3, X, X_1, Y_1, Y_2, Y_3, \kappa_0^-, \kappa_0^+, \kappa_1^-, \kappa_1^+), \quad \Psi_{H1}^- \in R^{(4n+N) \times (4n+1)},$$

$$\Psi_{H1}^+ = \Psi_{H1}^+(h, \alpha, P, Q, P_2, P_3, X, X_1, Y_1, Y_2, Y_3, \kappa_0^-, \kappa_0^+, \kappa_1^-, \kappa_1^+), \quad \Psi_{H1}^+ \in R^{(4n+N) \times (4n+1)},$$

точные выражения для этих матриц даются в [12], [13].

Теорема 1. Пусть $\alpha > 0$, пусть существует матрицы $P > 0$, $Q > 0$, P_2 , P_3 , X , X_1 , T , Y_1 , Y_2 , Y_3 размера $n \times n$ и вещественные положительные скаляры $\kappa_0^-, \kappa_0^+, \kappa_1^-, \kappa_1^+$ такие, что выполнены следующие линейные матричные неравенства:

$$\Theta > 0, \Psi_{H0}^- < 0, \Psi_{H0}^+ < 0, \Psi_{H1}^- < 0, \Psi_{H1}^+ < 0,$$

Тогда система (14) экспоненциально устойчива со скоростью затухания α .

Замечание 1. Так как матричные неравенства $\Psi_{H0}^- < 0$, $\Psi_{H0}^+ < 0$ не зависят от h , то для экспоненциальной устойчивости системы (14) с дискретным регулятором необходимо, чтобы система (14) была экспоненциально устойчивой с непрерывным регулятором $u = Kx(t)$.

IV. Маятник на тележке

Рассматриваются две независимые системы типа "маятник на тележке" с одинаковыми параметрами, их математическая модель следующая [14]:

$$\begin{aligned} (M + m)\ddot{x}_k + ml\ddot{\phi}_k \cos\phi_k &= u_k + ml(\dot{\phi}_k)^2 \sin\phi_k + f(t, x_k), \\ ml\ddot{x}_k \cos\phi_k + (ml^2 + J)\ddot{\phi}_k &= -mgl \sin\phi_k + \mu(t, \phi_k), \end{aligned} \quad (15)$$

здесь x_k – координата k -ой тележки, ϕ_k – угол отклонения центра инерции от вертикальной оси, l – расстояние от точки подвеса до центра инерции, J – момент инерции маятника по отношению к центру инерции всей системы, $f(t, x_k)$ – сила сухого трения между тележкой и поверхностью, $\mu(t, \phi_k)$ – момент, обусловленный сухим трением в точке подвеса, M – масса тележки, m – масса маятника, g – ускорение свободного падения, u_k – управление для k -го маятника, $k=1, 2$.

Энергия (E_k) k -го маятника:

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} ((M + m)\dot{x}_k^2 + (ml^2 + J)\dot{\phi}_k^2 + 2ml\dot{x}_k\dot{\phi}_k \cos\phi_k + \\ &+ mgl(1 - \cos\phi_k)). \end{aligned} \quad (16)$$

Для экспериментов используется упрощенная модель:

$$l\ddot{\phi}_k(t) = -g \sin\phi_k(t) - u_k \cos\phi_k(t), \quad k = 1, 2, \quad (17)$$

где u_k – новое управление (ускорение тележки). Такое упрощение означает, что масса тележки много больше массы маятника, масса маятника сосредоточена в точке, трение отсутствует.

Цель управления заключается в фазовой синхронизации:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} (\phi_1(t) - \phi_2(t))^2 = 0. \quad (18)$$

V. Алгоритмы управления

В соответствии с разделом (II) для стабилизации энергии ведущей системы на целевом уровне предлагается использовать метод скоростного градиента:

$$u_1(t) = -a \nabla_{u_1} \frac{d}{dt} \left(E(\phi_1(t), \dot{\phi}_1(t)) - E_* \right)^2, \quad (19)$$

здесь E_* – целевое значение энергии для первого маятника (ведущей системы). Таким образом алгоритм имеет вид:

$$u_1(t) = -\gamma \left(E(\phi_1(t), \dot{\phi}_1(t)) - E_* \right) \cos(\phi_1(t)) \dot{\phi}_1(t), \quad (20)$$

где $\gamma > 0$ – параметр алгоритма.

Для синхронизации ведущей к ведомой системы используется пропорционально-дифференциальный регулятор:

$$u_2 = b_1(\phi_1(t) - \phi_2(t)) + b_2(\dot{\phi}_1(t) - \dot{\phi}_2(t)), \quad (21)$$

где b_1, b_2 – параметры алгоритма. Анализ предложенного алгоритма представлен в следующем разделе.

VI. Синхронизация двух маятников на тележках

Рассматривается упрощенная модель двух управляемых систем типа "маятник на тележке", считается, что ведущая система уже выведена на целевое значение энергии, поэтому управление на нее не подается:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}_1(t) &= -\frac{g}{l} \sin \phi_1(t) - \frac{1}{Ml} \cos \phi_1(t) u(t), \\ \ddot{\phi}_2(t) &= -\frac{g}{l} \sin \phi_2(t), \end{aligned} \quad (22)$$

где $\phi_k(t)$ – угол отклонения k -го маятника от вертикальной оси, $u(t)$ – управление подаваемое на ведомую систему.

Система (22) может быть переписана в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + q_1 \xi_1(t) + (B + B_0 \xi_0(t)) u(t), \\ \xi_0(t) &= \cos \phi_1(t), \quad \sigma_1(t) = r_1^T x(t), \end{aligned}$$

$$\xi_1(t) = \sin\sigma_1(t) \cos \frac{\phi_1(t)+\phi_2(t)}{2}, \quad (23)$$

где

$$x(t) = \begin{bmatrix} \phi_1(t) - \phi_2(t) \\ \dot{\phi}_1(t) - \dot{\phi}_2(t) \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2Ml} \end{bmatrix}, q_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2g}{l} \end{bmatrix}, r_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix},$$

а ξ_1 удовлетворяет неравенству

$$-0.2173\sigma_1^2 \leq \sigma_1 \xi_1 \leq \sigma_1^2, \quad t \geq 0.$$

Предполагается, что амплитуда колебаний маятника не превосходит 60° , тогда

$$0.5 \leq \xi_0 \leq 1$$

Рассматривается следующий закон управления

$$u(t) = Kx(t_k), \quad t_k \leq t < t_{k+1}, \quad t_{k+1} - t_k \leq h, \quad k \geq 0. \quad (24)$$

Для системы со следующими параметрами: $g=9.8$ м/с², $l=0.25$ м, $M=1$ кг, $K=[17.7, 3.875]$, результаты компьютерного моделирования показали, что верхняя граница частоты дискретизации (23) должна быть между $h=0.174$ и $h=0.175$. На графиках (1), (2), (3) показана динамика углов маятников и угловых скоростей для случая $h=0.09$ (есть устойчивость и выполнение цели управления). На графиках (4), (5), (6) соответственно показан случай для $h=0.176$ (нет устойчивости, цель управления не выполнена). Согласно Теореме 1, цель управления будет выполнена при $h \leq 0.099$, соответственно, разница между теоретической оценкой и расчетной получилась 56%.

VII. Эксперимент

Для эксперимента "в железе" было собрано два маятника из робототехнического конструктора Lego Mindstorms NXT 2.0 (рисунок 7). Каждый маятник на тележке имел два мотора (в тележке), один датчик угла и был подключен к компьютеру через usb кабель.

Точность датчика угла составляла около одного градуса. Люфт моторов был около десяти градусов. Трение и период собственных колебаний визуально оценены из свободной динамики маятников, путем одновременного отклонения их до горизонтального положения и

отпуска, динамика их углов представлена на графике 8. Период собственных колебаний маятников был около одной секунды. Маятники были собраны по одной схеме из одинаковых деталей, но у одного трение оказалось несколько больше, на графике 8 это хорошо видно.

Компьютеры, к которым были подключены маятники были соединены по локальной сети. Задержки возникающие при передаче данных (пакетов) были собраны, они представлены на гистограмме 9.

Результаты эксперимента по синхронизации алгоритмом (21) с параметрами [17.7, 3.875] представлены на графике 12. Поскольку модель моторов отсутствовала, то коэффициент усиления $\gamma > 0$ был неизвестен. Шаг дискретизации составлял 0.7 секунды. На графике 10 видно, что синхронизация маятников достигалась с некоторой погрешностью.

VIII. Заключение

В этой работе были представлены теоретические и экспериментальные результаты по задаче синхронизации двух систем типа "маятник на тележке" для случая, когда и данные измерений, и управляющий сигнал передаются через сеть. Синхронизация осуществлялась по схеме "ведущий – ведомый". Ведущий маятник раскачивался до целевой энергии по методу скоростного градиента, ведомый синхронизировался с ведущим пропорционально-дифференциальным алгоритмом [17].

Была собрана статистика по задержкам возникшим в процессе эксперимента при передаче данных и управляющих сигналов через сеть. Наблюдаемые задержки были весьма большими и быстро менялись в процессе эксперимента. Тем не менее, можно было говорить о том, что маятники синхронизировались, хотя и с некоторой погрешностью.

Теоретическая оценка максимально допустимого шага дискретизации для рассматриваемой системы получилась равной $h=0.099$ секунды, компьютерное моделирование показало, что синхронизация будет и при большем шаге дискретизации, вплоть до шага в 0.175 секунды. Обычные задержки при передаче данных через Интернет могут достигать 1 секунды, однако, большую проблему доставляет не факт большой задержки, а то, что она может очень быстро меняться в широком диапазоне [18] (в процессе эксперимента наблюдался разброс значений в 10 раз). Тем не менее, в результате эксперимента была получена синхронизация с некоторой погрешностью.

Перспективным направлением дальнейшего развития является рассмотрение задачи синхронизации маятников при наличии квантования по уровню [19] и ограниченной пропускной способности каналов связи [20].

Список литературы

- [1] Book W.J., Lane H., Love L.J., et al. A novel teleoperated long-reach manipulator tested and its remote capabilities via the internet // IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Minneapolis MN. – April 22–28, 1996. – P.1036–1041.
- [2] Debus T., Stoll J., Howe R.D., Dupont P. Cooperative human and machine perception in teleoperated assembly // Experimental Robotics VII. The Fifth International Symposium. Honolulu, HI. – December 10–13, 2000.
- [3] Andreu D., Fraise P. Internet enhanced teleoperation: Toward a remote supervised delay regulator // IEEE International Conference on Industrial Technology. Maribor, Slovenia. – December 10–12, 2003.
- [4] Fradkov A.L., Andrievsky B., Ananyevskiy M. State estimation and synchronization of pendula systems over digital communication channels // European Physical Journal: Special Topics. – Vol. 223, №4. – 2014. – P.773–793.
- [5] Andrievsky B., Andrievsky A. State estimation of non-autonomous Lurie systems over the limited-band communication channel with time delay and uniform quantization // Cybernetics and Physics. – Vol. 1, №4. – 2012. – P.228–236.
- [6] Andrievsky B. Information transmission based on adaptive synchronization of chaotic Lorenz systems over the digital communication channel // Cybernetics and Physics. – Vol. 2, №1. – 2013. – P.10–14.
- [7] Lum M.J.H., Rosen J., King H., et al. Teleoperation in surgical robotics – network latency effects on surgical performance // 31st Annual International Conference of the IEEE EM Minneapolis. Minnesota, USA. – September 2–6, 2009.
- [8] Natale O.R., Sename O., Canudas-de-Wit C. Inverted pendulum stabilization through the ethernet network, performance analysis // Proceedings of the American Control Conference (ACC'04). Boston, Massachusetts. – June 30 – July 2, 2004.
- [9] Фрадков А.Л. Схема скоростного градиента и ее применение в задачах адаптивного управления // Автоматика и Телемеханика. – 1979. – №9. – С.90–101.

- [10] Fridman E.M. A refined input delay approach to sampled-data control // *Automatica*. – Vol. 46. – 2010. – P.421–427.
- [11] Yakubovich V.A., Leonov G.A., Gelig A.Kh. *Stability of Stationary Sets in Control Systems with Discontinuous Nonlinearities* // Singapore, World Scientific. – 2004.
- [12] Сейфуллаев Р.Э., Фрадков А.Л. Анализ дискретно-непрерывных нелинейных многосвязных систем на основе линейных матричных неравенств // *Автоматика и Телемеханика*. – 2015. – №6. – С.57–74.
- [13] Seifullaev R.E., Fradkov A.L. Robust nonlinear sampled-data system analysis based on Fridman's method and S-procedure // *Intern. Journal of Robust and Nonlinear Control*. – V.26, Is.2. – 2016. – P.201–217.
- [14] Chernousko F.L., Ananievski I.M., Reshmin S.A. *Control of Nonlinear Dynamical Systems. Methods and Applications* // Berlin, Heidelberg: Springer. – 2008.
- [15] Андриевский Б.Р., Гузенко П.Ю., Фрадков А.Л. Управление нелинейными колебаниями механических систем методом скоростного градиента // *Автоматика и Телемеханика*. – 1996. – №4. – С.4–17.
- [16] Fradkov A.L., Andrievsky B., Ananyevskiy M.S. Passification based synchronization of nonlinear systems under communication constraints and bounded disturbances // *Automatica*. – V.55(5). – 2015. – P.287–293.
- [17] Ananyevskiy M.S., Seifullaev R.E., Nikitin D.A., Fradkov A.L. Synchronization of nonlinear systems over Intranet: cart-pendulum case study // *Proceedings of International conference on systems and control (MSC'2014)*. – 2014. – P.1214–1219.
- [18] Ananyevskiy M.S. Control over Internet with timecheck denial gain // *Proceedings of IFAC Conference on Model, Identification and Control of nonlinear Systems (Micnon'2015)*. – 2015.
- [19] Seifullaev R.E., Fradkov A.L., Liberzon D. Energy control of a pendulum with quantized feedback // *Automatica*. – V.67. – 2016. – P.171–177.
- [20] Andrievsky B., Andrievsky A. State estimation of non-autonomous Lurie systems over the limited-band communication channel with time delay and uniform quantization. *Cybernetics And Physics*, Vol. 1, No. 4, 2012 , 228–236.

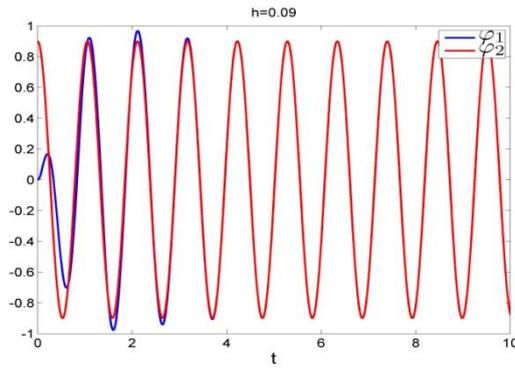


Рис. 1: Динамика углов маятника. $h=0.09$.

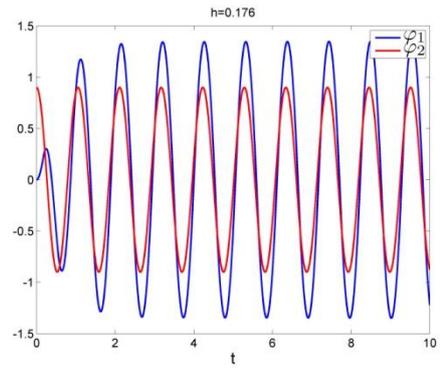


Рис. 4: Динамика углов маятника. $h=0.176$.

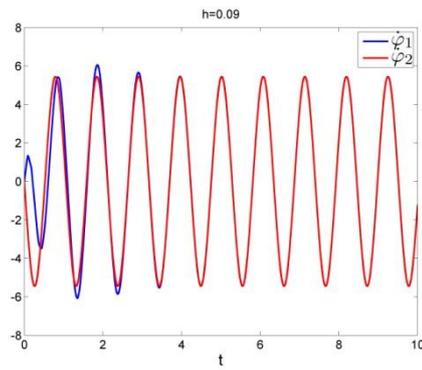


Рис. 2: Динамика угловых скоростей. $h=0.09$.

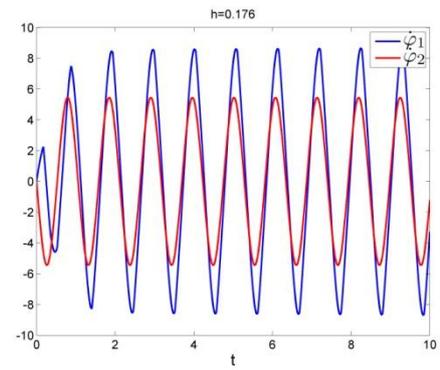


Рис. 5: Динамика угловых скоростей. $h=0.176$.

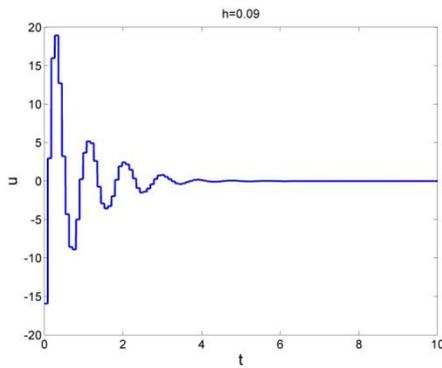


Рис. 3: Функция управления. $h=0.09$

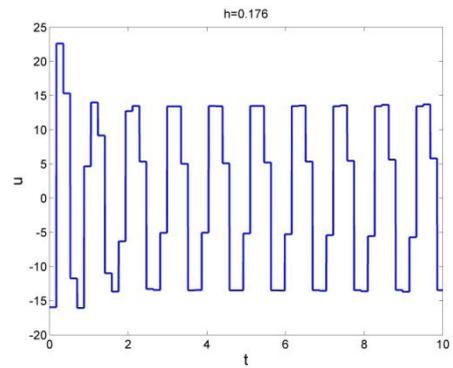


Рис. 6: Функция управления. $h=0.176$.



Рис. 7: фотография двух маятников на тележке собранных из робототехнического конструктора Lego Mindstorm NXT 2.0.

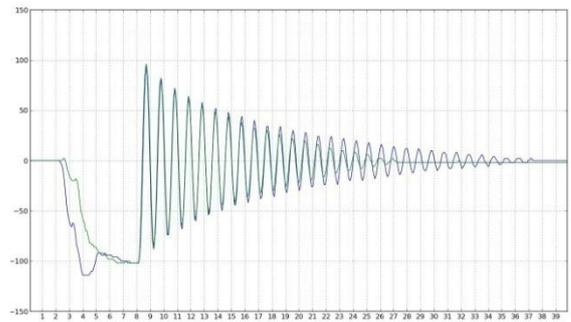


Рис. 8: Свободная динамика маятников, отклоненных до горизонтального положения и отпущенных.

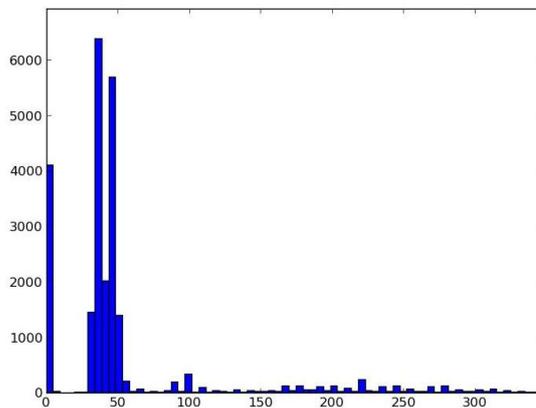


Рис. 9: Гистограмма задержек сформированная в процессе эксперимента. Ось абсцисс: количество пакетов данных пришедших с заданной задержкой, ось ординат: задержка в миллисекундах.

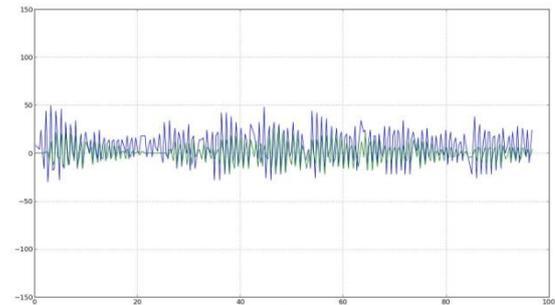


Рис. 10: Динамика углов маятников, снятая в процессе эксперимента по синхронизации (съем данных осуществлялся 1 – 2 раза за период собственных колебаний).