ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН

№ 5, 2005

УДК 62-50

© 2005 г. Томчин Д.А., Фрадков А.Л.

УПРАВЛЕНИЕ ПРОХОЖДЕНИЕМ РОТОРА ЧЕРЕЗ ЗОНУ РЕЗОНАНСА НА ОСНОВЕ МЕТОДА СКОРОСТНОГО ГРАДИЕНТА

Предложен новый алгоритм управления прохождением неуравновешенного ротора через зону резонанса. Алгоритм основан на методе скоростного градиента и позволяет существенно уменьшить величину управляющего момента, требуемого для прохождения зоны резонанса. Алгоритм имеет один настроечный параметр. Приведены результаты исследования динамики системы путем компьютерного моделирования. Алгоритм более прост для разработки и настройки и обладает высокой робастностью по отношению к изменению параметров системы.

Эффект Зоммерфельда, открытый в начале прошлого столетия [1], выражается в замедлении нарастания скорости вращения неуравновешенного ротора, установленного на упруго закрепленной платформе и вращаемого двигателем ограниченной мощности [2, 3]. Эффект возникает, когда частота вращения ротора приближается к резонансной частоте несущего тела. Влияние эффекта Зоммерфельда особенно заметно для слабодемпфированных объектов. Он препятствует прохождению зоны резонанса при разгоне и торможении разнообразных промышленных установок. Особенно важен учет эффекта Зоммерфельда при проектировании вибрационных установок, в которых используются роторы со значительной величиной эксцентриситета.

Одним из возможных средств для борьбы с влиянием эффекта Зоммерфельда является управление двигателем в процессе разгона. В работе [4] был предложен "метод двойного пуска", основанный на введении в цепь управления двигателя реле времени для отключения и повторного включения двигателя в определенные моменты времени. Однако моменты включения и отключения двигателя должны рассчитываться заранее, и данный подход – способ программного управления, характеризующийся значительной сложностью расчетов, чувствительностью к погрешностям модели и помехам. Использование управления с обратной связью может помочь в решении проблем прохождения через резонанс при снижении уровня входных сигналов, т.е. мощности исполнительной системы, но при этом возникают новые проблемы. Если для разгона и управления работой дебалансного вибровозбудителя грохота используется электропривод с замкнутой системой управления, то необходимо синтезировать новые алгоритмы управления и установить соответствующие датчики.

С развитием средств вычислительной техники регуляторы с обратной связью находят все более широкое применение на практике. Различные подходы к синтезу системы управления разгоном несбалансированного ротора предлагались в [5, 6]. В работе [6] был предложен оптимальный закон управления, синтез которого основан на принципе максимума Понтрягина. Однако практическая реализация оптимального закона затруднена из-за необходимости численного решения задачи оптимального управления нелинейным объектом. Это решение выполняется методом последовательных приближений и требует знания значений параметров системы и начальных условий.

В настоящей статье задача управления совместными изгибно-крутильными колебаниями вращающегося вала с неуравновешенным диском посередине решается на основе метода скоростного градиента [7]. Предлагается алгоритм управления и исследуется возможность осуществления разгона дебалансного вибровозбудителя до скоростей, больших, чем критические резонансные, при ограничении уровня управляющего сигнала. Исследуется робастность системы по отношению к изменению жесткости, коэффициента сопротивления вращению и эксцентриситета ротора.

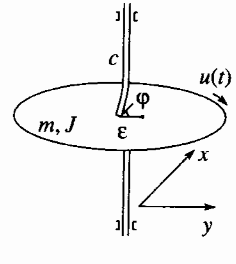

Рис. 1

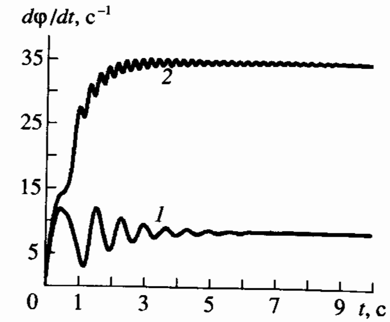

Рис. 2

1. Рассмотрим неуравновешенный ротор (рис. 1), плоское движение центра масс и вращение которого описывается системой дифференциальных уравнений [2, 3]

$$J\ddot{\varphi} = m\varepsilon(\ddot{x}\cos\varphi + \ddot{y}\sin\varphi) + u(t) - k_\varphi\dot{\varphi}, \quad m\ddot{x} + cx = m\varepsilon(\ddot{\varphi}\cos\varphi - \dot{\varphi}^2\sin\varphi) - k_x\dot{x},$$
$$m\ddot{y} + cy = m\varepsilon(\ddot{\varphi}\sin\varphi + \dot{\varphi}^2\cos\varphi) - k_y\dot{y}, \qquad (1)$$

где φ – угол поворота ротора; x, y – координаты центра масс ротора; $u(t)$ – управляющее воздействие (вращающий момент двигателя); J – момент инерции неуравновешенного ротора (относительно центра масс); m – масса ротора вместе с носителем; ε – эксцентриситет центра масс ротора; c – жесткость вала на кручение; k_φ, k_x, k_y – соответствующие коэффициенты демпфирования.

Известно [2, 3], что при постоянном управляющем воздействии $u(t) \equiv M_0$ при малом $M_0 < M_{cr}$ в околорезонансной области имеет место "захват" угловой скорости ротора (эффект Зоммерфельда), а при большом значении $M_0 > M_{cr}$ ротор проходит зону резонанса. Величина M_{cr} рассчитывается достаточно сложно. Для близкой модели в работе [5] получено приближенное выражение, а более точные оценки можно получить путем моделирования. Результаты моделирования системы (1) при значениях параметров $J = 0{,}014$ кг · м^2, $m = 1{,}5$ кг, $\varepsilon = 0{,}04$ м, $k_\varphi = 0{,}02$ Дж · с, $c = 130$ Н/м, $k_x = k_y = 1$ кг/с представлены на рис. 2. Видно, что при постоянном управляющем воздействии $M_0 = 0{,}6$ Н · м (кривая *2*) имеет место захват, а при $M_0 = 0{,}7$ Н · м (кривая *1*) зона резонанса успешно проходится, т.е. $0{,}6 < M_{cr} < 0{,}7$.

Исходя из сказанного, рассмотрим задачу нахождения алгоритма управления $u = U(z)$, где $\mathbf{z} = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, \varphi, \dot{\varphi}]^T$ – вектор состояния объекта управления, обеспечивающего разгон дебалансного вибровозбудителя до скоростей, больших, чем критические резонансные, при ограничении уровня управляющего сигнала $|u(t)| \le M$, где $M < M_{cr}$. Предполагаем, что измерению доступны все переменные состояния системы (1).

2. Принцип действия алгоритма основан на известном факте [2, 8], состоящем в том, что вблизи зоны резонанса размах колебаний центра масс возрастает, а само движение центра масс разделяется на быструю и медленную составляющую. Медленная составляющая описывается уравнением второго порядка

$$\ddot{d} + \rho\dot{d} + \omega^2\sin d = u(t), \qquad (2)$$

где d – отклонение от равновесного значения квадрата радиус-вектора центра масс $r^2 = x^2 + y^2$. Дальнейшему увеличению скорости вращения ротора препятствует перетекание энергии вращения ротора в энергию колебательного движения центра масс. Идея предлагаемого подхода к решению задачи состоит в увеличении энергии вращательного движения путем увеличения энергии медленного движения (2) при подавлении быстрых движений ротора. Для управления энергией медленного движения используем метод скоростного градиента с энергетической целевой функцией [7, 9, 10], а для подавления быстрых движений в алгоритм вводим фильтр нижних частот.

Опишем способ определения момента прохождения зоны резонанса. В данной системе захват угловой скорости ротора соответствует увеличению в среднем суммы квадратов координат $x^2 + y^2$, а прохождение ротором зоны резонанса соответствует наоборот уменьшению. Данный факт подтверждается вычислительным экспериментом: при сравнительно малом значении постоянного управляющего воздействия (не позволяющем ротору пройти зону резонанса) сумма $x^2 + y^2$ возрастает. В то же время, при значении постоянного управляющего воздействия, превышающем M_{cr}, величина $r(t)$ до прохождения зоны резонанса возрастает, а затем (после преодоления ротором зоны резонанса) в среднем убывает.

Для усреднения величины $r(t) = x^2 + y^2$ с целью подавления быстроосциллирующей составляющей введем фильтр, описываемый апериодическим звеном первого порядка

$$T_\theta\dot{\theta}(x, y, t) = -\theta + r, \quad \theta(0) = \dot{\theta}(0) = 0, \tag{3}$$

где T_θ – постоянная времени фильтра (параметр алгоритма).

Вычислительный эксперимент показывает, что при захвате угловой скорости ротора переменная $\theta(x, y, t)$ возрастает без значительных спадов, а при прохождении зоны резонанса наблюдается ее значительное понижение относительно максимального уровня. Таким образом, значение выходной величины $\theta(x, y, t)$ фильтра (3) позволяет судить о прохождении зоны резонанса.

Для синтеза алгоритма управления воспользуемся методом скоростного градиента [7]. Зададим целевой функционал $Q(\mathbf{z})$, уменьшение значений которого соответствует достижению цели управления. На этапе синтеза предположим, что объект управления – консервативная система, т.е. трение в системе отсутствует. Тогда в качестве цели управления можно принять достижение заданного уровня полной энергии $H(x, \dot{x}, y, \dot{y}, \varphi, \dot{\varphi}) = H^*$, а в качестве целевого функционала можно выбрать квадратичное отклонение полной энергии системы от заданного уровня H^*, т.е. $Q(z) = 1/2(H(\mathbf{z}) - H^*)^2$, где $\mathbf{z} = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, \varphi, \dot{\varphi}]^T$ – полный вектор состояния системы.

Необходимо выписать скорость изменения $Q(z)$ в силу уравнения объекта управления (1). Будем считать, что объект представлен в гамильтоновой форме $\dot{q} = \partial H/\partial p$, $\dot{p} = -(\partial H/\partial q) + Bu$, где q, p – обобщенные координаты и импульсы соответственно, $q = [\varphi, x, y]^T$, $B = [1, 0, 0]^T$. Тогда скорость изменения имеет вид $\dot{Q}(\mathbf{z}) = (H - H^*)\dot{\varphi}\, u$.

Синтезируем алгоритм управления, в правой части которого записываем функцию, знак которой противоположен знаку величины $\partial\dot{Q}/\partial u$. Одной из наиболее распространенных форм алгоритма скоростного градиента является релейный алгоритм

$$u = -M_0 \operatorname{sign}[(H - H^*)\dot{\varphi}]. \tag{4}$$

Однако алгоритм (4) удовлетворительно работает только для систем с одной степенью свободы. В данном случае взаимосвязь движений вала и ротора, а также возникающий эффект Зоммерфельда приводят к тому, что управление по формуле (4) содержит мешающие быстроосциллирующие составляющие. Поэтому предлагаем ввести в алгоритм дополнительный фильтр нижних частот, подавляющий нежелательные колебания измеряемой угловой координаты. Модифицированный алгоритм управления (4) примет вид $u = -M_0\operatorname{sign}[(H - H^*)\dot{\psi}]$, $T_\psi\dot{\psi} = -\psi + \dot{\varphi}$, где $\psi = \psi(t)$ – переменная фильтра; $T_\psi > 0$ – постоянная времени фильтра.

Чтобы уменьшить потери энергии за счет управления, целесообразно исключить из алгоритма реверс (торможение обратной связью)

$$u = \begin{cases} M_0, & \text{если} \quad (H - H^*)(\dot{\varphi} - \psi) > 0, \\ 0, & \text{иначе}, \end{cases} \qquad T_\psi\dot{\psi} = -\psi + \dot{\varphi}.$$

Обоснование работоспособности алгоритма при достижении заданного уровня энергии следует из того, что переменная фильтра $\psi(t)$ близка к переменной медленного движения $d(t)$, динамика которой описана усредненным уравнением (2) и раскачка по переменной $\psi(t)$ оказывается в зоне резонанса наиболее эффективным способом увеличения энергии вращения движения ротора.

Однако, ввиду высокой амплитуды колебаний ротора в околорезонансной области, эффективность данного алгоритма сравнительно низка, так как значение энергии системы может достигать H^* до преодоления зоны резонанса. Кроме того, требуется подбор значения H^* для каждого набора параметров объекта, а эта задача не имеет очевидного решения.

Предлагаем исключить из алгоритма множитель $(H - H^*)$, который на этапе прохождения зоны резонанса должен иметь отрицательный знак, а на заключительном этапе (после прохождения зоны резонанса) отключать управление. В итоге алгоритм модифицируется следующим образом. Вводится переменная $\gamma_1(t)$, определяемая как $\gamma_1(t) = \max\limits_{[0,t]}\operatorname{sgn}[K\sup\limits_{[0,t]}\theta(t) - \theta(t)]$, где $K > 0$ – параметр алгоритма.

Из установленного ранее свойства величины $\theta(t)$ следует, если система находится в зоне резонанса (не было зафиксировано значительное снижение $\theta(t)$), то $\gamma_1(t) = 0$, в противном случае $\gamma_1(t) = 1$. Таким образом, отличие $\gamma_1(t)$ от нуля при удачном выборе K является признаком прохождения зоны резонанса. Параметр K должен быть достаточно мал, чтобы можно было с уверенностью предположить, что система вышла из зоны резонанса. В то же время любое неоправданное уменьшение K понижает быстродействие алгоритма. Окончательно алгоритм управления имеет вид

$$u(t) = \begin{cases} M_0, & \text{если} \quad \gamma_1(t) = 1, \\ M_0, & \text{если} \quad \gamma_1(t) = 0 \quad \text{и} \quad (\dot{\varphi} - \psi) < 0, \\ 0, & \text{иначе}, \end{cases} \qquad T_\psi\dot{\psi} = -\psi + \dot{\varphi}, \tag{5}$$

$$\gamma_1(t) = \max_{[0,t]}\operatorname{sgn}[K\sup_{[0,t]}\theta(t) - \theta(t)], \quad T_\theta\dot{\theta}(t) = -\theta(t) + x^2 + y^2, \quad \theta(0) = \dot{\theta}(0) = 0.$$

Постоянная времени фильтра угловой скорости T_ψ должна превышать период резонансных колебаний. В то же время слишком большие значения T_ψ приводят к снижению средней мощности сигнала управления и замедлению работы алгоритма.

3. Уровень управляющего воздействия M_0, требуемый для достижения заданной энергии системы с алгоритмом (5), зависит от коэффициента демпфирования ρ в уравнении (2) и определяется показателем возбудимости системы [9, 10]. Применяя аналитические оценки показателя возбудимости [9], можно получить $M_0 \sim \rho\sqrt{2H^*}$. Однако определение величины ρ в (2) затруднительно, поэтому исследование системы производили методом компьютерного моделирования.

Анализ эффективности предложенного алгоритма при различных значениях параметров системы и алгоритма и выполняли в программной среде MATLAB-5. Для численного интегрирования использовали метод Рунге–Кутта второго порядка с фиксированным шагом 0,00025 с. Значение шага выбирали на основе контрольных

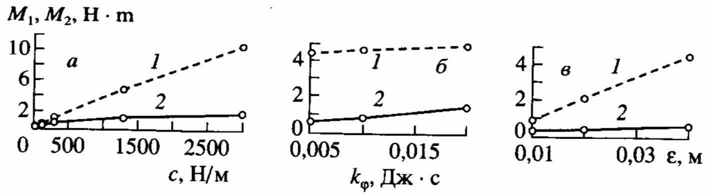

Рис. 3

экспериментов так, чтобы при его уменьшении в 10 раз относительная погрешность не превышала 5%.

Наибольшие значения относительной погрешности получаются при сравнительно малых значениях демпфирования. Это объясняется тем, что уменьшение демпфирования приводит к увеличению колебательности системы.

При моделировании номинальные значения параметров объекта управления выбирали следующим образом: $J = 0{,}014$ кг · м^2, $m = 1{,}5$ кг, $\varepsilon = 0{,}04$ м, $k_\varphi = 0{,}02$ Дж · с, $c = 1300$ Н/м, $k_x = k_y = 1$ кг/с. В каждой серии экспериментов определяли значение постоянного вращающего момента двигателя M_1, обеспечивающее прохождение зоны резонанса при $u(t) \equiv M_1$, но не позволяющее ее пройти при $u(t) \equiv M_0 < M_1$, и значение вращающего момента двигателя M_2, обеспечивающее при релейном алгоритме управления (5) прохождение зоны резонанса при $M_0 = M_2$, но не позволяющее ее пройти при $M_0 < M_2$.

В первой серии экспериментов исследовали влияние жесткости вала на кручение c на динамику системы при номинальных значениях остальных параметров объекта. На рис. 3, *а* изображены графики зависимости минимального значения управляющего воздействия, при котором система проходит зону резонанса, от жесткости вала на кручение c. Видно, что при подаче постоянного управляющего воздействия (линия *1*) зависимость момента M_1 от жесткости линейна, в отличие от релейного алгоритма управления (линия *2*), где наблюдается некоторая нелинейность момента M_2 от жесткости c. Видно, что эффективность данного алгоритма $\eta = M_1/M_2$ при сравнительно малых значениях жесткости невелика, в то время как при сравнительно больших значениях жесткости значение управляющего момента может быть понижено в 4–5 раз. Постоянную времени фильтра угловой скорости T_ψ варьировали в диапазоне от 0,1 до 1,1 с.

Во второй серии экспериментов исследовали влияние коэффициента сопротивления вращению k_φ на динамику системы при номинальных значениях остальных параметров объекта. На рис. 3, *б* даны графики зависимости моментов M_1 и M_2 от коэффициента сопротивления вращению k_φ. Видно, что при подаче постоянного управляющего воздействия (линия *1*) и при релейном алгоритме управления (сплошная линия *2*) зависимость моментов M_1 и M_2 от k_φ близка к линейной. Видно, что эффективность данного алгоритма при сравнительно малых значениях трения возрастает и при уменьшении трения значение управляющего момента может быть понижено в 7–8 раз. Постоянная времени фильтра угловой скорости в этих экспериментах не изменялась $T_\psi = 0{,}1$ с.

В третьей серии экспериментов исследовали влияние эксцентриситета ε на динамику системы при номинальных значениях остальных параметров объекта, $k_\varphi = 0{,}005$ Дж · с. На рис. 3, *в* изображены графики зависимости моментов M_1 и M_2 от эксцентриситета ε. Видно, что при подаче постоянного управляющего воздействия (линия *1*) и при релейном алгоритме управления (линия *2*) зависимость моментов M_1 и M_2 от эксцентриситета ε близка к линейной. Видно, что эффективность данного алгоритма при увеличении ε возрастает и при увеличении эксцентриситета значение управляющего момента может быть снижено в 7–8 раз. Постоянная времени фильтра угловой скорости в этих экспериментах не изменялась ($T_\psi = 0{,}1$ с).

4. Для практической применимости алгоритмов управления важное значение имеет робастность построенной системы: сохранение ее работоспособности при изменении параметров объекта управления и внешних воздействий.

Алгоритм имеет три параметра: T_ψ – постоянная времени фильтра угловой скорости; T_θ – постоянная времени фильтра дополнительной переменной θ; K – параметр, позволяющий зафиксировать прохождение зоны резонанса. Исследования показали, что в данной системе подбор коэффициентов алгоритма $T_\theta = 1$ с, $K = 0{,}7$ позволяет достичь удовлетворительных результатов. Дальнейшее изменение коэффициентов алгоритма не увеличивает его эффективность.

Далее исследовали робастность алгоритма при изменении жесткости вала на кручение c и при номинальных значениях остальных параметров объекта $J = 0{,}014$ кг · м^2, $m = 1{,}5$ кг, $\varepsilon = 0{,}04$ м, $k_\varphi = 0{,}02$ Дж · с, $k_x = k_y = 1$ кг/с.

Для каждого значения жесткости c определяли: значение вращающего момента двигателя M_2, обеспечивающее при релейном алгоритме управления (5) прохождение зоны резонанса, но не позволяющего ее пройти при любом $M_0 < M_2$ и при любом значении T_ψ (значение T_ψ изменялось в пределах 0,1–1,1 с с шагом 0,05 с); значение вращающего момента двигателя M_3, обеспечивающее при релейном алгоритме управления (5) прохождение зоны резонанса, но не позволяющего ее пройти при любом $M_0 < M_3$ и при фиксированном $T_\psi = 0{,}45$ с.

Проведенные исследования показали, что применение разработанного алгоритма управления позволяет существенно (в некоторых случаях на порядок) снизить величину управляющего момента, требуемого для прохождения зоны резонанса.

Для повышения эффективности алгоритма управления достаточно изменять единственный настроечный параметр T_ψ. При подходящем выборе эффективность алгоритма можно сделать достаточно высокой.

Алгоритм управления обладает значительной робастностью. При изменении жесткости c от 30 до 3000 Н/м постоянное значение $T_\psi = 0{,}45$ с обеспечивает эффективность алгоритма не меньше 65% от эффективности при подборе T_ψ для каждого значения жесткости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sommerfeld A.* Beitrage zum dynamischen Ausbau der Festigkeitslehre // Zeitsch. VDI. 1902. Bd. XXXXVI. № 11.
2. *Блехман И.И.* Синхронизация динамических систем. М.: Наука, 1971.
3. *Кононенко В.О.* Колебательные системы с ограниченным возбуждением. М.: Наука, 1964.
4. *Гортинский В.В., Хвалов Б.Г.* Об одном способе управления запуском колебательной системы с инерционным возбудителем // Механика машин. Вып. 58. М.: Наука, 1981. С. 42–46.
5. *Кельзон А.С., Малинин Л.М.* Управление колебаниями роторов. СПб.: Политехника, 1992.
6. *Малинин Л.М., Первозванский А.А.* Оптимизация перехода несбалансированного ротора через критическую скорость // Машиноведение. 1993. № 4. С. 36–41.
7. *Фрадков А.Л.* Адаптивное управление сложными системами. М.: Наука, 1990.
8. *Печенев А.В.* О движении колебательной системы с ограниченным возбуждением вблизи резонанса // Докл. АН СССР. 1986. Т. 290. № 1. С. 27–31.
9. Управление мехатронными вибрационными установками / Под ред. Блехмана И.И., Фрадкова А.Л. СПб.: Наука, 2001. 278 с.
10. *Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л.* Нелинейное и адаптивное управление в сложных динамических системах. СПб.: Наука, 2000. 549 с.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию 9.II.2005