

Томчин Д. А., Фрадков А.Л.

## **УПРАВЛЕНИЕ ПРОХОЖДЕНИЕМ ЧЕРЕЗ ОБЛАСТЬ РЕЗОНАНСА ПРИ ПУСКЕ ДВУХРОТОРНЫХ ВИБРАЦИОННЫХ УСТАНОВОК**

Рассматривается задача управления прохождением через зону резонанса для двухроторной вибрационной установки. Предлагается алгоритм управления на основе метода скоростного градиента и исследуется возможность разгона дебалансных вибровозбудителей до скоростей, больших, чем критические резонансные, при ограничении уровня управляющего сигнала. Исследуется робастность системы управления по отношению к изменению жесткости подвески несущего тела, коэффициента сопротивления вращению и эксцентриситета роторов.

Вибрационные установки с несбалансированными роторами широко используются в современной промышленности. Хорошо известно, что максимальная мощность двигателей требуется на этапе пуска и разгона вибрационной установки. Снижение этой мощности ведет к снижению номинальной мощности электродвигателей, а следовательно и к уменьшению массы и размеров электродвигателей, а также к снижению шума при работе установки. Для достижения желаемого режима работы установки необходимо управлять скоростью роторов в широком диапазоне, включая резонансную и зарезонансную зону [1]. Однако уменьшение мощности двигателей в системах с несколькими степенями свободы может привести к возникновению эффекта Зоммерфельда [2-5] и захвату угловой скорости ротора.

Эффект Зоммерфельда возникает, когда частота вращения ротора приближается к резонансной частоте несущего тела. Его влияние особенно заметно для слабодемпфированных объектов и препятствует прохождению зоны резонанса при разгоне и торможении разнообразных промышленных установок. Особенно важно преодоление эффекта Зоммерфельда при проектировании вибрационных установок, в которых используются роторы со значительной величиной эксцентриситета.

Одним из возможных средств борьбы с влиянием эффекта Зоммерфельда является управление двигателем в процессе разгона. В работе [6] был предложен так называемый «метод двойного пуска», основанный на введении в цепь управления двигателя реле времени для отключения и повторного включения двигателя в определенные моменты времени. Однако моменты включения и отключения двигателя должны рассчитываться заранее, и по существу, данный подход представляет собой способ программного управления, характеризующийся значительной сложностью расчетов и чувствительностью к погрешностям модели и помехам.

По мере развития средств вычислительной техники все более широкое применение находят регуляторы с обратной связью. Различные подходы к синтезу системы управления разгоном несбалансированного ротора предлагались в [7,8]. В частности, в работе Л.М. Малинина и А.А. Первозванского [7] был предложен оптимальный закон управления, синтез которого основан на принципе максимума Понтрягина. Однако практическая реализация оптимального закона затруднена ввиду необходимости численного решения задачи оптимального управления нелинейным объектом. Это решение выполняется методом последовательных приближений и требует знания значений параметров системы и начальных условий.

В работах [1,9,10] было предложено использовать для синтеза алгоритма управления прохождением через резонанс метод скоростного градиента, предложенный в 1979г. [11,12] и распространенный на задачи

управления нелинейными колебаниями в 1996 г. [13]. Однако в работах [1,9,10] рассматривались лишь задачи, в которых несущее тело совершает одномерное движение. Управлению прохождением через резонанс ротора на упругом валу, совершающего плоское движение, посвящена статья [14], где также был использован метод скоростного градиента.

В данной работе рассматривается задача управления прохождением через зону резонанса для двухроторного вибрационного стенда. Предлагается алгоритм управления, также основанный на методе скоростного градиента и исследуется возможность осуществления разгона дебалансных вибровозбудителей до скоростей, больших, чем критические резонансные, при ограничении уровня управляющего сигнала. Исследуется робастность системы по отношению к изменению жесткости подвески несущего тела, коэффициента сопротивления вращению и эксцентриситета роторов.

### *Постановка задачи*

Рассмотрим задачу разгона и вывода на рабочий режим двухроторной вибрационной установки, состоящей из двух роторов, установленных на упруго соединенном с неподвижным основанием несущем теле. Будем считать, что носитель ориентирован горизонтально и совершает плоско-параллельное движение (см. рис. 1). Такое приближение обоснованно при значительной жесткости пружин.

Уравнения динамики системы имеют вид (см. п. 2.3):

$$\begin{aligned}
 J\ddot{\varphi}_1 + k_\varphi\dot{\varphi}_1 + m\varepsilon g \cos \varphi_1 &= m\rho(\ddot{x} \sin \varphi_1 - \ddot{y} \cos \varphi_1) + u_1(t) \\
 J\ddot{\varphi}_2 + k_\varphi\dot{\varphi}_2 + m\varepsilon g \cos \varphi_2 &= m\rho(\ddot{x} \sin \varphi_2 - \ddot{y} \cos \varphi_2) + u_2(t) \\
 (2m + M)\ddot{x} + k_x\dot{x} + c_x x &= m\varepsilon(\ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 + \ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2) \quad (1) \\
 (2m + M)\ddot{y} + k_y\dot{y} + c_y y + (2m + M)g &= \\
 &= m\varepsilon(-\ddot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 + \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2),
 \end{aligned}$$

где  $\varphi_1, \varphi_2$  – углы поворота роторов,  $y$  – отклонение носителя от положения равновесия,  $u_1(t), u_2(t)$  – управляющие воздействия (вращающие моменты двигателей),  $J$  – момент инерции несбалансированных роторов,  $m$  – массы

роторов,  $M$  – масса носителя,  $\varepsilon$  – эксцентриситеты центров масс роторов,  $c, c_x$  – жесткость пружин по вертикальной и горизонтальной осям, соответственно,  $k_\phi$  – коэффициент вязкого трения в подшипнике,  $k_x, k_y$  – соответствующие коэффициенты демпфирования.. Вектор состояния системы имеет вид  $z = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, \phi_1, \dot{\phi}_1, \phi_2, \dot{\phi}_2]^T$ . При малых уровнях управляющего воздействия  $u_i(t) \equiv (-1)^i M_0, i=1,2$  в околорезонансной области происходит «захват» угловой скорости ротора, а при увеличении управляющего момента ротор проходит зону резонанса и разгоняется до заданной угловой скорости.

Результаты моделирования системы (1) показаны на рис. 2,а для базовых параметров системы:  $J = 0.014$  [кг·м<sup>2</sup>],  $m = 1.5$  [кг],  $M=9$  [кг],  $\varepsilon = 0.04$  [м],  $k_\phi = 0.01$  [Дж·с],  $k_x = k_y = 5$  [кг/с],  $c = 5300$  [Н/м],  $c_x = 1300$  [Н/м] и постоянных управляющих моментов  $M_0 = 0.65$  [Н·м] (внутренние кривые, «захват») и  $M_0 = 0.66$  [Н·м] (внешние кривые, прохождение). Возникает вопрос: нельзя ли уменьшить максимальную величину управляющего момента, требуемую для прохождения зоны резонанса, путем изменения управляющего момента на основе обратной связи по измеряемым сигналам с виброустановки.

Исходя из вышесказанного, в работе рассматривается задача нахождения алгоритма управления  $u_i = U(z)$ , где  $z = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, \phi_1, \dot{\phi}_1, \phi_2, \dot{\phi}_2]^T$  – вектор состояния объекта управления, обеспечивающего разгон дебалансного вибровозбудителя до скоростей, больших, чем критические резонансные, при ограничении уровня управляющего сигнала  $|u_i(t)| \leq M$ , где  $M < M_{cr}$ . Предполагается, что измерению доступны все переменные состояния системы (1).

### *Синтез алгоритма управления*

Предлагаемый в работе подход к решению задачи основан на использовании эффекта разделения движений на быстрые и медленные составляющие,

возникающего вблизи зоны резонанса. На возможность возникновения медленных «маятниковых» движений вблизи зоны резонанса при малом относительном эксцентриситете вращающейся подсистемы указывалось в работах [7,15,16]. Детальное исследование медленных колебаний угловой скорости ротора в системах с инерционным возбуждением колебаний проведено в работе [17]. Из результатов перечисленных работ следует, что частота медленных колебательных движений стремится к нулю при приближении угловой скорости вращения  $\omega$  к резонансной частоте несущей подсистемы  $\omega^*$ . Этот вывод справедлив как при постоянном управляющем моменте  $u=u_0$ , что означает горизонтальность статической характеристики электродвигателя, так и при малом отрицательном наклоне статической характеристики электродвигателя, что эквивалентно наличию дополнительного малого демпфирования в исходных уравнениях динамики системы. Единственным условием возникновения медленных движений вблизи резонанса (т.е. при  $\omega \rightarrow \omega^*$  является то, что управляющий момент  $u=u_0$  недостаточен для прохождения резонанса (явление «захвата»).

Для синтеза алгоритма управления воспользуемся методом скоростного градиента. Применение метода начинается с задания целевого функционала  $Q(z)$ , уменьшение значений которого соответствует достижению цели управления. На этапе синтеза предположим, что объект управления - консервативная система, т.е. трение в системе отсутствует. Тогда в качестве цели управления можно принять достижение заданного уровня полной энергии  $H(x, \dot{x}, y, \dot{y}, \varphi_1, \dot{\varphi}_1, \varphi_2, \dot{\varphi}_2) = H^*$ , а в качестве целевого функционала можно выбрать квадратичное отклонение полной энергии системы от заданного уровня  $H^*$ , т.е.

$$Q(z) = 1/2 \left( H(z) - H^* \right)^2, \quad \text{где} \quad z = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, \varphi_1, \dot{\varphi}_1, \varphi_2, \dot{\varphi}_2]^T .$$

- полный вектор состояния системы. Затем необходимо выписать скорость изменения  $Q(z)$  в силу уравнения объекта управления (1). Будем считать, что объект представлен в гамильтоновой форме

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q} + Bu,$$

где  $q, p$  – обобщенные координаты и импульсы соответственно,  $q = [\varphi, x, y]^T$ ,  $B = [1, 0, 0]^T$ . Тогда скорость изменения  $\dot{Q}(z)$  имеет вид

$$\dot{Q}(z) = (H - H^*)\dot{\varphi}u.$$

Далее синтезируется алгоритм управления, в правой части которого записывается функция, знак которой противоположен знаку величины  $\partial\dot{Q}/\partial u$ . Одной из наиболее распространенных форм алгоритма скоростного градиента является релейный алгоритм:

$$u_i = (-1)^i M_0 \operatorname{sign} \left[ (H - H^*)\dot{\varphi}_i \right]. \quad (2)$$

Однако, алгоритм (2) удовлетворительно работает только для систем с одной степенью свободы. В нашем случае взаимосвязь движений системы, а также возникающий эффект Зоммерфельда приводят к тому, что управление по формуле (2) содержит мешающие быстроосциллирующие составляющие.

Принцип действия алгоритма состоит в том, что медленное движение выделяется и «раскачивается» с целью увеличения энергии вращающейся подсистемы. Для выделения медленных движений в алгоритм управления вводится фильтр нижних частот. При малом демпфировании медленные движения затухают также медленно, что дает возможность алгоритму создать ситуацию прохода зоны резонанса, после чего можно отключить «раскачивание» и переключиться на управление постоянным моментом.

Поэтому предлагается ввести в алгоритм дополнительный фильтр нижних частот, подавляющий нежелательные колебания измеряемой угловой координаты. Модифицированный алгоритм управления (2) примет вид:

$$\begin{cases} u_i = \begin{cases} (-1)^i M_0, & \text{если } (H - H^*)(\dot{\varphi}_i - \psi_i) > 0, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \\ T_\psi \dot{\psi}_i = -\psi_i + \dot{\varphi}_i, \quad i = 1, 2, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\psi_i(t)$  – переменные фильтров,  $T_\psi > 0, T_\psi = \text{const}$  и  $H^*$  – параметры алгоритма. Постоянная времени фильтров  $T_\psi$  должна превышать период резонансных колебаний. В то же время слишком большие значения приводят к снижению средней мощности сигнала управления и замедлению работы алгоритма.

На заключительном этапе пуска (после прохождения резонансных частот) алгоритм модифицируется следующим образом. Вводится переменная  $\gamma(t)$ , определяемая как

$$\gamma(t) = \max_{0 \leq \tau < t} \text{sgn}(H(\tau) - H^*), \quad (4)$$

где  $\text{sgn}[z] = 1$  при  $z > 0$ ,  $\text{sgn}[z] = 0$  при  $z \leq 0$ .

Окончательно, алгоритм прохождения через резонансные частоты записывается следующим образом:

$$\begin{cases} u_i = \begin{cases} (-1)^i M_0, & \text{если } \gamma = 1, \\ (-1)^i M_0, & \text{если } \gamma = 0 \ \& \ (H - H^*)(\dot{\phi}_i - \dot{\psi}_i) > 0, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \\ T_\psi \dot{\psi}_i = -\psi_i + \dot{\phi}_i, \quad i = 1, 2, \end{cases} \quad (5)$$

### *Исследование эффективности и робастности алгоритма.*

Эффективность предложенного алгоритма управления исследовалась в среде MATLAB методом Рунге-Кутты второго порядка с фиксированным шагом 0.000125 [с], так чтобы относительная погрешность моделирования не превышала 5%. Расчеты проводились для базовых параметров системы  $J = 0.014$  [кг·м<sup>2</sup>],  $m = 1.5$  [кг],  $M=9$  [кг],  $\rho = 0.04$  [м],  $k_\phi = 0.01$  [Дж·с],  $k_x = k_y = 5$  [кг/с],  $c = 5300$  [Н/м],  $c_x = 1300$  [Н/м]. При данных параметрах наименьшее постоянное управляющее воздействие, обеспечивающее прохождение через зону резонанса, равняется 0.66 Н·м.

При моделировании вычислялось значение управляющего момента  $M_0$ , обеспечивающее прохождение зоны резонанса при предложенном алгоритме, но не позволяющее системе пройти зону резонанса при любом  $M_1 < M_0$ .

Результаты моделирования для базовых параметров показали, что  $M_0 = 0.42$  [Н·м] с точностью 0.01 [Н·м], см. Рис. 2б). По сравнению с постоянным управляющим воздействием, предложенный алгоритм позволяет уменьшить уровень управляющего воздействия в 1.5 раза.

Далее было исследовано поведение системы при несимметричных начальных условиях. В каждой серии экспериментов определялись значение постоянного вращающего момента двигателя  $M_1$ , обеспечивающее прохождение зоны резонанса при  $u(t) \equiv M_1$ , но не позволяющее пройти зону резонанса при  $u(t) \equiv M_0 < M_1$ , и значение вращающего момента двигателя  $M_2$ , обеспечивающее при релейном алгоритме управления (5) прохождение зоны резонанса при  $M_0 = M_2$ , но не позволяющее пройти зону резонанса при  $M_0 < M_2$ . На рис. 3а,б показаны зависимости требуемых управляющих моментов при изменении начальных условий  $x(0)$  и при начальных условиях  $\varphi_1(0)$ . Видно, что асимметрия начальных условий слабо влияет на динамику процесса.

Далее исследовалось влияние жесткости пружин  $c$ , коэффициента вязкого трения в подшипниках  $k_\varphi$  и эксцентриситетов центров масс роторов  $\varepsilon$  на динамику системы при номинальных значениях остальных параметров объекта. Результаты моделирования представлены на рис. 4-6. Из графиков видно, что эффективность данного алгоритма возрастает при увеличении  $c$ , уменьшении  $k_\varphi$  и увеличении  $\varepsilon$ , а применение разработанного алгоритма управления позволяет существенно снизить величину управляющего момента, требуемого для прохождения зоны резонанса, во всех экспериментах.



### *Заключение.*

Таким образом, предложенный алгоритм управления позволяет значительно снизить уровень управляющего воздействия, требуемого для прохождения зоны резонанса. Алгоритм имеет только два настроечных параметра и прост для применения, несмотря на сложное поведение системы. Замкнутая система управления обладает слабой чувствительностью к асимметрии начальных условий установки.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Управление мехатронными вибрационными установками / Под ред. И.И. Блехмана и А.Л. Фрадкова. СПб.: Наука, 2001, - 278с.
2. Sommerfeld A. Beitrage zum dynamischen Ausbau der Festigkeitslehre //Zeitsch. VDI. – 1902. –Bd.XXXXVI, No 11.
3. Блехман И.И. Самосинхронизация вибраторов некоторых вибрационных машин // Инж. сборн., Т. XVI, 1953.
4. Блехман И.И. Синхронизация динамических систем. М.: Наука, 1971.
5. Кононенко В.О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением. М.: Наука, 1964.
6. Гортинский В.В., Хвалов Б.Г. Об одном способе управления запуском колебательной системы с инерционным возбудителем. Механика машин, М.: Наука, 1981, вып.58, с.42-46.
7. Малинин Л.М., Первозванский А.А. Оптимизация перехода несбалансированного ротора через критическую скорость. Машиноведение, 1983, N 4, с.36-41.
8. Кельзон А.С., Малинин Л.М. Управление колебаниями роторов. СПб.: Политехника, 1992.
9. Tomchina, O.P. Passing through resonances in vibratory actuators by speed-gradient control and averaging // Proc. Int. Conf. "Control of Oscillations and Chaos", IEEE, St.Petersburg, 1997, v.1, pp.138-141.

10. Tomchina, O.P., Nechaev K.V. Controlling passage through resonances in vibratory actuators // Proc. 5<sup>th</sup> European Contr. Conf., Karlsruhe, Sept. 1999.
11. Фрадков А.Л. Схема скоростного градиента и ее применения в задачах адаптивного управления // Автоматика и телемеханика. 1979, N 9. С. 90 - 101.
12. Фрадков А.Л. Адаптивное управление сложными системами. М.: Наука, 1990.
13. Андриевский Б.Р., Гузенко П.Ю., Фрадков А.Л. Управление колебаниями механических систем методом скоростного градиента // Автоматика и телемеханика, 1996, N 4, С. 4-17.
14. Томчин Д.А., Фрадков А.Л. Управление прохождением ротора через зону резонанса на основе метода скоростного градиента // Проблемы машиностроения и надежность машин, N 5, 2005, С. 66-71.
15. Нейштадт А.И. Прохождение через резонанс в двухчастотной задаче. Докл. АН СССР. 1975, Т.221.
16. Печенев А.В. О движении колебательной системы с ограниченным возбуждением вблизи резонанса // Докл. АН СССР. 1986. Т. 290, № 1. с. 27-31.
17. Блехман И.И., Индейцев Д.А., Фрадков А.Л. Медленные движения в системах с инерционным возбуждением колебаний // Проблемы машиностроения и надежность машин (на рассмотрении).

ПОДРИСУНОЧНЫЕ ПОДПИСИ К СТАТЬЕ Д.А.ТОМЧИНА,  
А.Л.ФРАДКОВА

Рис.1. Расчетная схема двухроторной вибрационной установки с горизонтальной ориентацией носителя.

Рис.2. а) Постоянное управляющее воздействие,  $u_i(t) \equiv (-1)^i M_0$ ,  $M_0 = 0.65$  [Н·м] (внутренние кривые, «захват»);  $M_0 = 0.66$  [Н·м] (внешние кривые, прохождение). б) Прохождение через резонанс с алгоритмом (5),  $M_0 = 0.42$  [Н·м],  $T_\psi = 0.35$  [с]

Рис.3. а) Зависимость минимального значения управляющего воздействия, при котором система проходит зону резонанса, от начального смещения  $x(0)$  при постоянном управляющем моменте (пунктир); и при управлении по алгоритму (5) (сплошная линия); б) Зависимость минимального значения управляющего воздействия, при котором система проходит зону резонанса, от начального смещения  $\varphi_1(0)$  при постоянном управляющем моменте (пунктир); и при управлении по алгоритму (5) (сплошная линия).

Рис.4. Зависимость минимального значения управляющего воздействия, при котором система проходит зону резонанса, от жесткости пружин  $c$  : а) при постоянном управляющем моменте (пунктир); б) при управлении по алгоритму (5) (сплошная линия).

Рис.5. Зависимость минимального значения управляющего воздействия, при котором система проходит зону резонанса, от коэффициента вязкого трения в подшипниках  $k_\varphi$  а) при постоянном управляющем моменте (пунктир); б) при управлении по алгоритму (7) (сплошная линия).

Рис.6. Зависимость минимального значения управляющего воздействия, при котором система проходит зону резонанса, от эксцентриситета  $\varepsilon$  : а) при постоянном управляющем моменте (пунктир); б) при управлении по алгоритму (7) (сплошная линия).

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

Томчин Дмитрий Александрович, н.с. лаборатории "Управление сложными системами" Института проблем машиноведения РАН (ИПМаш РАН) 199178, С.-Петербург, Большой пр.В.О.,д.61, т.(812) 513-16-71 (дом).

Фрадков Александр Львович, д.т.н., проф., Зав. лабораторией "Управление сложными системами" Института проблем машиноведения РАН (ИПМаш РАН), 199178, С.-Петербург, Большой пр.В.О.,д.61, т. (812) 321-44-10 (дом).

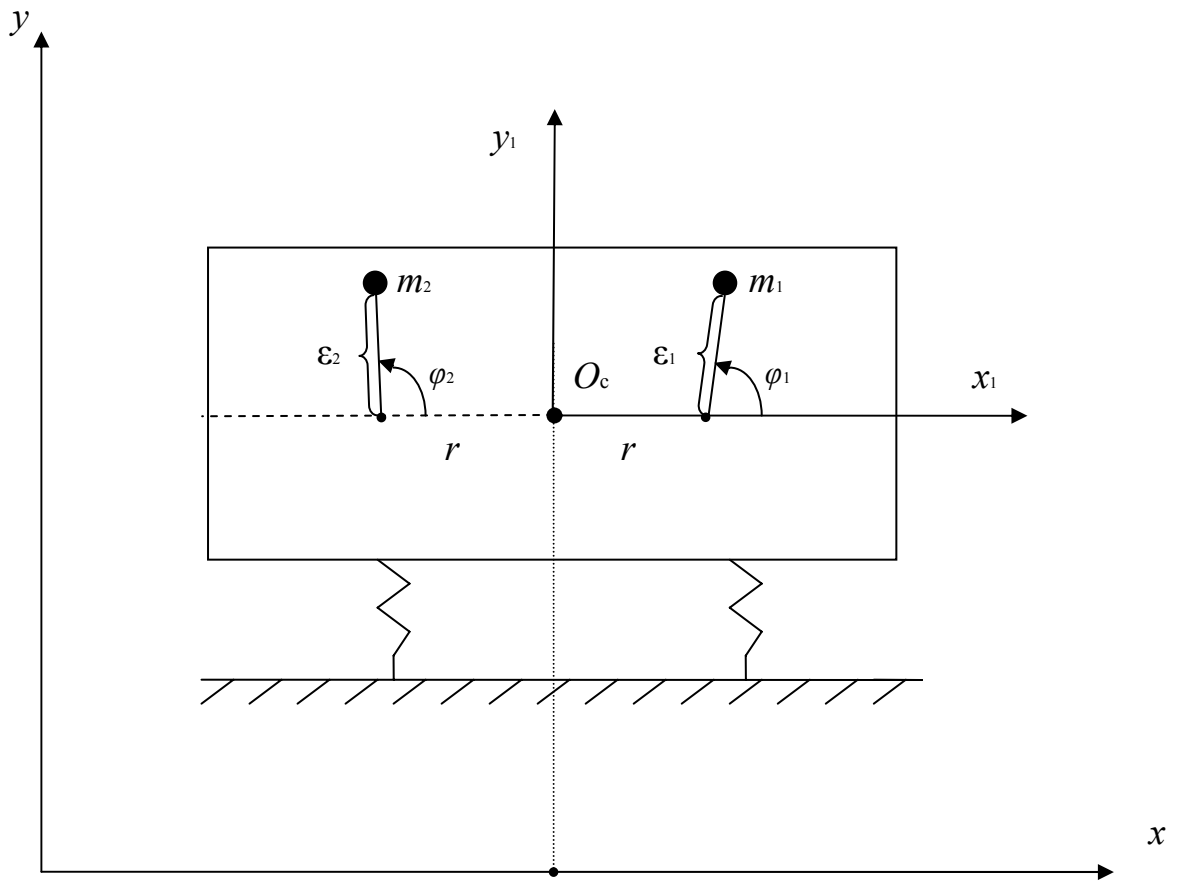


Рис.1. Томчин, Фрадков

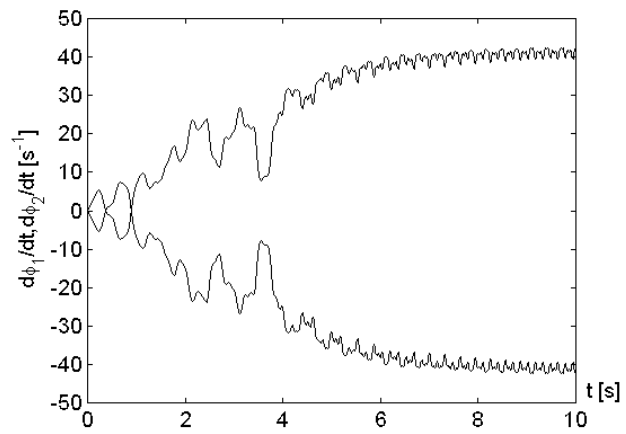
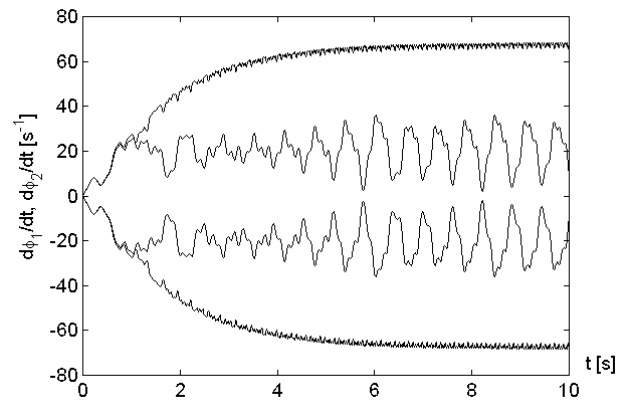


Рис.2а, б. Томчин, Фрадков

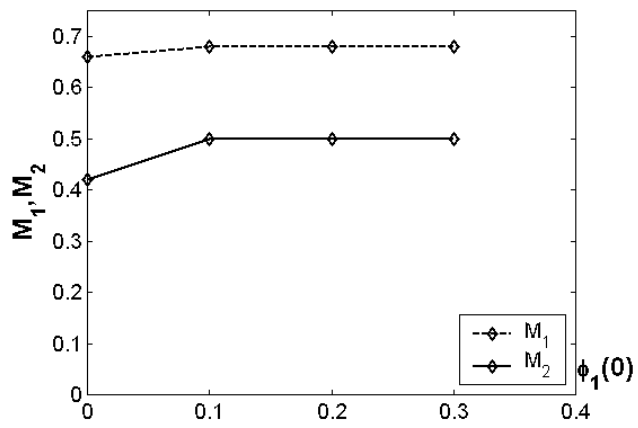
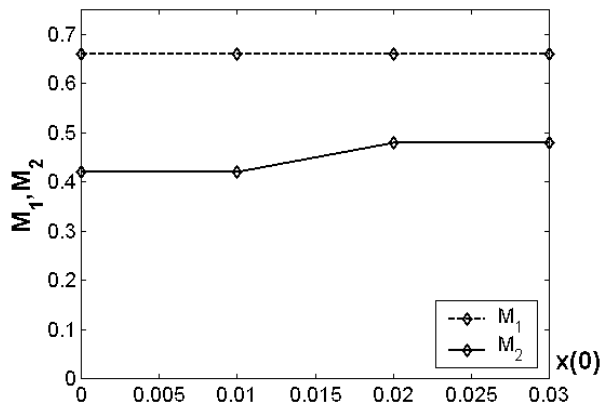


Рис.3, а),б) Томчин, Фрадков.

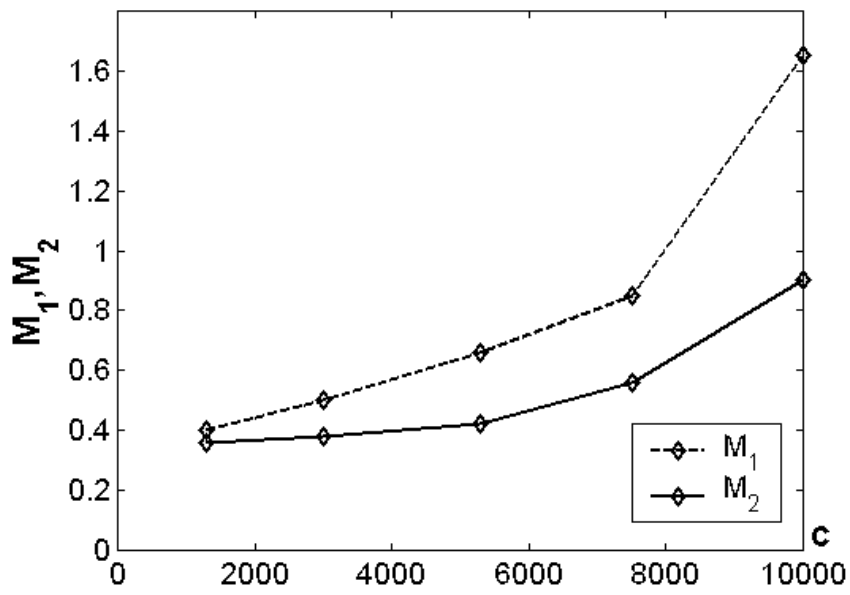


Рис.4. Томчин, Фрадков.



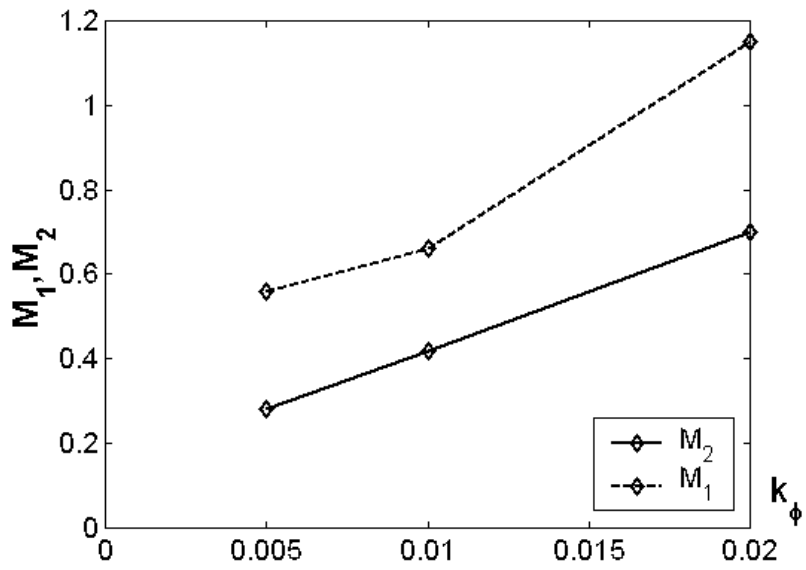


Рис.5. Томчин, Фрадков.

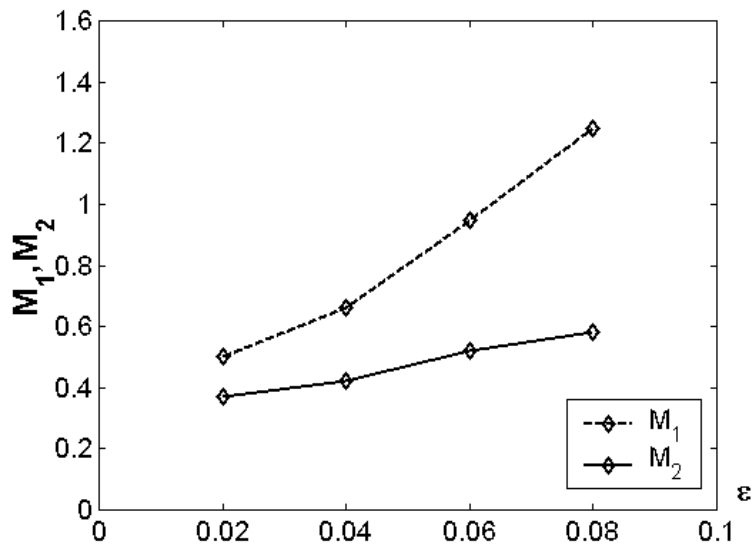


Рис.6. Томчин, Фрадков.