

УДК 681.51

## РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ГЕНЕРАТОРОМ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ\*

© 2013 г. А. Н. Беляев, С. В. Смоловик, А. Л. Фрадков, И. Б. Фуртат

*Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный политехнический ун-т,  
ОАО “Научно-исследовательский институт по передаче электрической энергии  
постоянным током высокого напряжения”, Институт проблем машиноведения РАН,*

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский  
ун-т информационных технологий, механики и оптики*

Поступила в редакцию 14.05.12 г., после доработки 05.03.13 г.

Решена задача управления электрическим генератором, модель которого описывается дифференциально-алгебраическим уравнением третьего порядка с априорно неизвестными параметрами и в условии внешнего неконтролируемого возмущения, определенного неизвестной нестационарной механической мощностью. При решении предполагается, что измерению доступна относительная угловая скорость ротора генератора. Получен алгоритм управления, обеспечивающий малое значение амплитуды колебаний ротора генератора в квазиустановившемся режиме работы посредством изменения напряжения на обмотке возбуждения ротора и обеспечение устойчивости в аварийных ситуациях, связанных с изменением реактивного сопротивления линии передачи. Приведены численные примеры и результаты компьютерного моделирования, иллюстрирующие работоспособность предлагаемой схемы управления.

DOI: 10.7868/S0002338813040057

**Введение.** В теории управления к числу актуальных задач относится проблема эффективного управления работой электрических станций в электроэнергетической системе (ЭЭС). Причины постоянного повышения требований к качеству управления ЭЭС как во всем мире, так и в России связаны с рядом факторов [1, 2]: технологический прогресс (повышение уровня автоматизации, появление и развитие новых технологий, интенсивный рост количества малых генерирующих источников энергии); рост требований потребителей (к набору и качеству услуг, к снижению цен на услуги отрасли); снижение надежности (нарастание уровня износа оборудования, высокий уровень потерь при преобразовании, передаче, распределении и потреблении энергии); повышение требований к энергоэффективности и экологической безопасности и т.п. ЭЭС рассматривается в будущем как сетевая инфраструктура, предназначенная для поддержки энергетических, информационных, экономических и финансовых взаимоотношений между всеми субъектами энергетического рынка и другими заинтересованными сторонами. При этом электрическая сеть рассматривается как основной объект формирования нового технологического базиса, дающего возможность существенного улучшения достигнутых и создания новых функциональных свойств энергосистемы (концепция Smart Grid [3–7]). Аналогом этой концепции в России является программа развития “Активно-адаптивные сети” [1, 2].

Наиболее распространенными генерирующими компонентами ЭЭС являются генераторы электрической энергии. Поэтому необходимое условие для качественного управления энергосистемами – создание простых и надежных регуляторов для управления электрическими генераторами. На сегодняшний день получено достаточно решений данной проблемы.

В [8, 9] решена задача управления синхронным генератором, работающим параллельно с мощной ЭЭС, модель которого представлена дифференциально-алгебраическими уравнениями третьего порядка. Предполагается, что измерению доступны угол поворота ротора генератора от-

\* Работа выполнена при поддержке программы ОЭММПУ РАН “Анализ и оптимизация функционирования систем многоуровневого, интеллектуального и сетевого управления в условиях неопределенности” № 14, а также в рамках Федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 гг.”, проводимых в РГУ нефти и газа им. М.А. Губкина, и соглашений № 8855; 8846; 14.В37.21.0871; 14.В37.21.1480.

носителем синхронной оси вращения, относительная угловая скорость ротора и активная мощность. Для решения задачи сначала используется линеаризация обратной связью. Затем для полученной линейной модели рассчитывается статический закон управления, обеспечивающий заданное распределение корней характеристического многочлена замкнутой системы в нормальном режиме работы генератора и кратковременных аварийных ситуациях, связанных с изменением реактивного сопротивления линии передачи. В статье будет показано, что применение линеаризации обратной связью требует знания параметров генератора, которые могут меняться в процессе его функционирования.

В [10] для управления электрическим генератором авторы представляют его модель через гамильтониан системы. Затем формируется функция энергии и синтезируется робастный закон управления, зависящий от угла поворота ротора генератора относительно синхронной оси вращения, относительной угловой скорости, переходной электродвижущей силы (ЭДС), направленной вдоль поперечной оси и параметров модели. Очевидно, что при реализации такого алгоритма необходимы точное знание всех параметров модели генератора и измерение ее вектора состояния.

В [11] развит синергетический подход [12] для синтеза нелинейного адаптивного управления турбогенератором, модель которого представлена системой дифференциальных уравнений седьмого порядка [13]. Полученные алгоритмы позволяют качественно управлять турбогенератором в условиях изменения параметров нагрузки, когда в системе управления доступен измерению весь вектор состояния модели турбогенератора, что затруднительно, особенно в аварийных ситуациях.

В [14] рассматривалось робастное управление электрическим генератором, модель которого представлена дифференциально-алгебраическими уравнениями третьего порядка [8, 9] с априорно неизвестными параметрами. При проектировании системы управления в [14] полагалось, что доступна измерению только относительная угловая скорость ротора генератора. Синтез алгоритма управления базировался на использовании вспомогательного контура [15], подключенного параллельно объекту. Функция, равная разности выходов объекта управления и вспомогательного контура, содержит информацию о неконтролируемых возмущениях, действующих на объект, и подлежит дальнейшей компенсации.

Следует отметить, что системы управления [8–11, 13, 14] разработаны в условиях стационарности механической мощности. При нестационарной механической мощности применение схем [8–11, 13, 14] может привести к невыполнению поставленной цели управления, а иногда — к потере ее устойчивости. Нестационарная механическая мощность является, например [16, 17], следствием пульсаций механического момента или регулярных колебаний нагрузки сети. Это обычно происходит у генераторов, приводимых в движение поршневыми двигателями. В автономной системе электроснабжения, основанной на использовании тихоходных дизель-генераторов большой мощности, наблюдаются слабодемпфированные низкочастотные процессы, обусловленные совпадением так называемой оборотной частоты дизеля и собственной частоты колебаний ротора генератора [16, 17].

Данная статья является развитием результата работы [14], где теперь необходимо скомпенсировать возмущения, связанные с априорной неопределенностью параметров модели электрического генератора и неизвестной нестационарной механической мощностью.

Предлагается алгоритм робастного управления электрическим генератором, модель которого описывается уравнениями, используемыми в [8, 9, 14]. При синтезе системы управления предполагается, что параметры модели неизвестны, механическая мощность — нестационарная функция и в системе управления доступна измерению только относительная угловая скорость генератора. Цель управления состоит в уменьшении амплитуды колебаний ротора генератора в квазиустановившемся режиме работы посредством изменения напряжения на обмотке возбуждения ротора и обеспечении устойчивости в аварийных ситуациях. Решение задачи базируется на использовании подхода [15], позволяющего выделить возмущения, которые действуют на систему, и скомпенсировать их с требуемой точностью. Приведены результаты компьютерного моделирования, иллюстрирующие работоспособность предложенного алгоритма.

**1. Модель электрического генератора и постановка задачи управления им.** Рассмотрим электрический генератор, динамические процессы в котором описываются следующими уравнениями:

*движение ротора генератора:*

$$\begin{aligned} \dot{\delta}(t) &= \omega(t), \\ \dot{\omega}(t) &= -\frac{D}{2H}\omega(t) - \frac{\omega_0}{2H}\Delta P_e(t); \end{aligned} \tag{1.1}$$

контур возбуждения:

$$\dot{E}'_q(t) = \frac{1}{T_{d0}}(E_f(t) - E_q(t)); \quad (1.2)$$

статорные контуры:

$$\begin{aligned} E_q(t) &= \frac{x_{ds}}{x'_d} E'_q(t) - \frac{x_d - x'_d}{x'_{ds}} V_s \cos \delta(t), \\ E_f(t) &= k_c u_f(t), \\ P_e(t) &= \frac{V_s E_q(t)}{x_{ds}} \sin \delta(t), \\ I_q(t) &= \frac{V_s}{x_{ds}} \sin \delta(t) = \frac{P_e(t)}{x_{ad} I_f(t)}, \\ Q_e(t) &= \frac{V_s}{x_{ds}} E_q(t) \cos \delta(t) - \frac{V_s^2}{x_{ds}}, \\ E_q(t) &= x_{ad} I_f(t), \\ V_i(t) &= \frac{1}{x_{ds}} \sqrt{x_s^2 E_q^2(t) + V_s^2 x_d^2 + 2x_s x_d x_{ds} P_e(t) \operatorname{ctg} \delta(t)}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь  $\delta(t)$  – угол поворота ротора генератора относительно синхронной оси вращения, рад,  $\omega(t)$  – относительная скорость ротора, рад/с,  $\Delta P_e(t) = P_e(t) - P_m(t)$ , отн. ед.,  $P_e(t)$  – активная мощность генератора, отн. ед.,  $P_m(t)$  – механическая мощность генератора, отн. ед.,  $D$  – коэффициент демпфирования, отн. ед.,  $H$  – механическая инерционная постоянная, с,  $\omega_0$  – скорость ротора в синхронном режиме, рад/с,  $T_{d0}$  – постоянная времени контура возбуждения при разомкнутом статоре, с,  $x'_{ds} = x_T + 0.5x_L + x'_d$ , отн. ед.,  $x_T$  – реактивное сопротивление трансформатора, отн. ед.,  $x_L$  – реактивное сопротивление линии электропередачи, отн. ед.,  $x'_d$  – переходное реактивное сопротивление генератора по продольной оси, отн. ед.,  $x_{ds} = x_T + 0.5x_L + x_d$ , отн. ед.,  $x_d$  – синхронное реактивное сопротивление по продольной оси, отн. ед.,  $x_{ad}$  – сопротивление взаимной индукции между обмотками возбуждения и статора, отн. ед.,  $V_s$  – напряжение на шинах бесконечной мощности, отн. ед.,  $k_c$  – коэффициент приведения, отн. ед.,  $u_f(t)$  – напряжение на обмотке возбуждения ротора, отн. ед.,  $E_q(t)$  – ЭДС генератора по поперечной оси, отн. ед.,  $E_f(t)$  – эквивалентная ЭДС возбуждения, отн. ед.,  $E'_q(t)$  – переходная ЭДС по поперечной оси, отн. ед.,  $I_q(t)$  – ток статора по поперечной оси, отн. ед.,  $I_f(t)$  – ток возбуждения, отн. ед.,  $Q_e(t)$  – реактивная мощность, отн. ед.,  $V_i(t)$  – напряжение на зажимах статора, отн. ед.

Уравнения (1.1)–(1.3) отличаются от уравнений [8, 9, 14] наличием нестационарной механической мощности  $P_m(t)$ . Требуется спроектировать систему управления электрическим генератором в условиях неопределенности параметров  $x_d$ ,  $x'_d$ ,  $x_T$ ,  $V_s$  и внешнего возмущения  $P_m(t)$  в (1.1)–(1.3), а также возможных аварийных ситуациях, связанных с внезапным изменением реактивного сопротивления  $x_L$ , чтобы были выполнены целевые условия

$$|\omega(t)| < \varepsilon_1 \quad \text{и} \quad |\Delta P_e(t)| < \varepsilon_2 \quad \text{при} \quad t > T \quad \text{и} \quad \delta(t) \in (0; 180^\circ), \quad (1.4)$$

где  $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$  – заданные числа,  $T$  – время, по истечении которого с начала работы системы должны выполняться (1.4). Кроме того, все функции времени в замкнутой системе должны быть ограниченными.

В частности, интервалы возможных значений параметров модели генератора (1.1)–(1.3) могут быть представлены в виде [8, 9]:  $0.28165 < 1/T_{d0} \leq 0.75105$ ,  $|T_{d0}'(Q_e(t) + V_s^2/x_{ds})| \leq 0.2347$ ,  $1 \leq x_d \leq 3$ ,  $0.1 \leq x'_d \leq 0.4$ ,  $0.1 \leq x_T \leq 0.2$ .

Сформулированная задача решается при следующих предположениях:

1) неизвестные параметры модели электрического генератора (1.1)–(1.3) зависят от вектора неизвестных параметров  $\mathfrak{v} \in \Xi$ ,  $\Xi$  – известное ограниченное множество;

- 2) механическая мощность генератора  $P_m(t)$  и ее производная  $\dot{P}_m(t)$  – ограниченные функции;
- 3) в системе управления доступна измерению только относительная угловая скорость  $\omega(t)$ .

**2. Робастная система управления электрическим генератором с компенсацией возмущений.** Подставив (1.3) в (1.2), перепишем уравнения (1.1) и (1.2) в виде

$$\begin{aligned} \dot{\delta}(t) &= \omega(t), \\ \dot{\omega}(t) &= -\frac{D}{2H}\omega(t) - \frac{\omega_0}{2H}\Delta P_e(t), \\ \Delta \dot{P}_e(t) &= -\frac{1}{T'_{d0}}\Delta P_e(t) + \frac{I_q(t)}{T'_{d0}}[k_c u_f(t) + T_{d0}(x_d - x'_d)I_q(t)\omega(t)] + \\ &+ T'_{d0}(Q_e(t) + V_s^2/x_{ds})\omega(t) - \frac{1}{T'_{d0}}P_m(t) - \dot{P}_m(t), \end{aligned} \tag{2.1}$$

где  $T'_{d0} = T_{d0}x'_{ds}/x_{ds}$ . Введем в (2.1) обозначения:

$$\begin{aligned} z(t) &= [\delta(t), \omega(t), \Delta P_e(t)]^T, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{D}{2H} & -\frac{\omega_0}{2H} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T'_{d0}} \end{bmatrix}, \quad B(t) = [0, 0, k_c I_q(t)/T'_{d0}]^T, \quad L = [0, 1, 0], \\ f(t) &= \frac{1}{k_c} \left( T_{d0}(x_d - x'_d)I_q(t)\omega(t) + \frac{(T'_{d0})^2(Q_e(t) + V_s^2/x_{ds})\omega(t) - P_m(t) - T'_{d0}\dot{P}_m(t)}{I_q(t)} \right) \end{aligned}$$

и перепишем модель (2.1) в форме

$$\dot{z}(t) = Az(t) + B(t)(u_f(t) + f(t)), \quad \omega(t) = Lz(t). \tag{2.2}$$

Авторы работ [8, 9] для управления электрическим генератором (1.1)–(1.3) сначала использовали линеаризацию обратной связью  $u_f(t) = v_f(t) - f(t)$ , чтобы привести нелинейную модель (2.2) к линейному виду  $\dot{z}(t) = Az(t) + B(t)v_f(t)$ , где  $v_f(t)$  – новая функция управления. Затем для полученной линейной модели и при измерении вектора состояния (2.1) вводился статический закон управления, обеспечивающий требуемые характеристики переходных процессов. Понятно, что отклонение параметров объекта от номинальных значений приведет к невыполнению линеаризации обратной связи и статического закона управления. Особенно это важно в аварийных ситуациях, когда происходит значительное изменение реактивного сопротивления  $x_L$  линии связи и измерения активной мощности  $P_e(t)$  и угла поворота ротора генератора  $\delta(t)$  не могут быть точными [8, 9, 18]. Для решения задачи в условиях неопределенности параметров модели (1.1)–(1.3) и возможных их изменениях воспользуемся робастным подходом, предложенным в [15]. Для этого преобразуем уравнение (2.2) к виду

$$Q(p)\omega(t) = R(p, t)(u_f(t) + f(t)). \tag{2.3}$$

Здесь  $Q(p)$ ,  $R(p, t)$  – линейные дифференциальные операторы порядков 3 и 1 соответственно, полученные при переходе от (2.2) к (2.3) при фиксированном параметре  $t$ ,  $p = d/dt$  – оператор дифференцирования.

Разложим операторы  $Q(p)$  и  $R(p, t)$  на сумму двух операторов:

$$Q(p) = Q_0(p) + \Delta Q(p), \quad R(p, t) = R_0(p) + \Delta R(p, t), \tag{2.4}$$

где  $Q_0(p)$ ,  $R_0(p)$  – линейные стационарные дифференциальные операторы, зависящие от номинальных параметров модели (1.1)–(1.3),  $\deg Q_0(p) = 3$ ,  $\deg R_0(p) = 1$ ,  $\Delta Q(p)$  и  $\Delta R(p, t)$  – операторы, содержащие неопределенности параметров модели (1.1)–(1.3). Пусть  $Q_0(\lambda)/R_0(\lambda) = Q_m(\lambda)$ ,  $Q_m(\lambda)$  – гурвицев полином степени 2, который задает качество переходных процессов в замкнутой системе,  $\lambda$  – комплексная переменная.

Подставим (2.4) в (2.3) и перепишем последнее в виде

$$Q_m(p)\omega(t) = u_f(t) + \varphi(t), \quad (2.5)$$

где  $R_0(p)\varphi(t) = \Delta R(p,t)u_f(t) - \Delta Q(p)\omega(t) + R(p,t)f(t)$  – функция, содержащая в себе неопределенности модели (1.1)–(1.3).

Для того чтобы выделить неопределенности, содержащиеся в модели генератора (1.1)–(1.3), введем вспомогательный контур [14, 15]

$$Q_m(p)\bar{\omega}(t) = \chi u_f(t), \quad \chi > 0, \quad (2.6)$$

и составим функцию рассогласования  $\zeta(t) = \omega(t) - \bar{\omega}(t)$  в виде  $Q_m(p)\zeta(t) = \psi(t)$ , где  $\psi(t) = (1 - \chi)u_f(t) + \varphi(t)$ . Очевидно, что функция  $\psi(t)$  несет в себе информацию о неопределенности модели электрического генератора (1.1)–(1.3). Согласно постановке задачи, в системе управления доступен измерению только сигнал  $\omega(t)$ , а не весь вектор состояния (2.1). Поэтому для компенсации этих неопределенностей введем закон управления

$$u_f(t) = -\chi^{-1}q^T \xi(t). \quad (2.7)$$

Здесь  $q$  – вектор, составленный из коэффициентов оператора  $Q_m(p)$ ,  $\xi(t) = [\bar{\zeta}(t), \dot{\bar{\zeta}}(t), \ddot{\bar{\zeta}}(t)]^T$  – вектор оценки сигнала  $\theta(t) = [\zeta(t), \dot{\zeta}(t), \ddot{\zeta}(t)]^T$ , полученный с помощью наблюдателя

$$\dot{\bar{\zeta}}(t) = G_0 \xi(t) + D_0 (\bar{\zeta}(t) - \zeta(t)), \quad \bar{\zeta}(t) = L_1 \xi(t). \quad (2.8)$$

Параметры в (2.8) выбираются, согласно [19]:

$$G_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$D_0 = -[d_1\mu^{-1}, d_2\mu^{-2}, d_3\mu^{-3}]^T$ , где коэффициенты  $d_1, d_2, d_3$  выбираются так, чтобы матрица  $G = G_0 - DL_1$  была гурвицевой,  $D = [d_1, d_2, d_3]^T$ ,  $L_1 = [1, 0, 0]$ ,  $\mu > 0$  – малая величина. Порядок уравнения (2.8) на единицу больше, чем это необходимо для реализации. Это сделано для упрощения преобразований при доказательстве работоспособности.

Условия работоспособности системы управления (2.6)–(2.8) для электрического генератора (1.1)–(1.3) можно сформулировать в следующем утверждении.

**Утверждение.** Если выполнены условия предположений 1–3, тогда для чисел  $\chi > 0$  и  $\mu_0 > 0$  система управления (2.6)–(2.8) при  $\mu \leq \mu_0$  обеспечивает выполнение целевого условия (2.4) для любого  $v \in \Xi$ .

Проиллюстрируем эффективность предложенного алгоритма на следующем примере.

**3. Численный пример моделирования.** Пусть модель электрического генератора задана уравнениями (1.1)–(1.3). Как и в разд. 1, класс неопределенности  $\Xi$  зададим в виде [8, 9]:  $0.28165 < 1/T_{d0}' \leq 0.75105$ ,  $|T_{d0}'(Q_e(t) + V_s^2/x_{ds})| \leq 0.2347$ ,  $1 \leq x_d \leq 3$ ,  $0.1 \leq x_d' \leq 0.4$ ,  $0.1 \leq x_T \leq 0.2$ .

Как и в [8, 9], качество переходных процессов в замкнутой системе определим линейным оператором  $Q_m(p) = p^2 + 4p + 4$ . Пусть  $\chi = 2$  и  $\mu = 1/30$ . Сформируем систему управления, состоящую из: вспомогательного контура (2.6), заданного уравнением

$$(p^2 + 4p + 4)\bar{\omega}(t) = -2u_f(t);$$

наблюдателя (2.8), размерность которого на единицу меньше

$$\dot{\bar{\xi}}_1(t) = -\bar{\xi}_2(t) - 4 \cdot 30(\bar{\xi}_1(t) - \zeta(t)), \quad \dot{\bar{\xi}}_2(t) = -4 \cdot 30^2(\bar{\xi}_1(t) - \zeta(t)), \quad \bar{\xi}_1(0) = \bar{\xi}_2(0) = 0,$$

закона управления (2.7), определенного выражением

$$u_f(t) = 0.5(\dot{\bar{\xi}}_2(t) + 4\bar{\xi}_2(t) + 4\bar{\xi}_1(t)).$$

При моделировании рассмотрим аварийную ситуацию, связанную с внезапным изменением реактивного сопротивления линии передачи  $x_L$ . До момента времени  $t = 5$  с  $x_L = 0.4853$  отн. ед.; в момент времени  $t = 5$  с  $x_L = 4$  отн. ед.; при  $t = 5.3$  с происходит успешное автоматическое по-

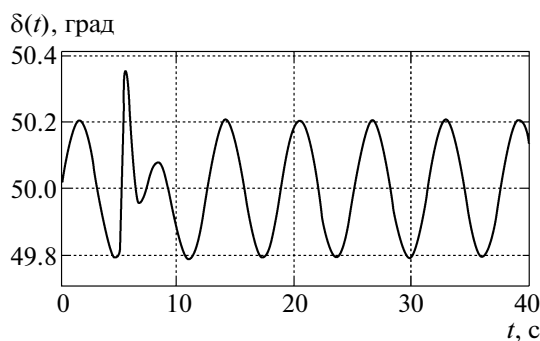


Рис. 1. Переходной процесс по  $\delta(t)$

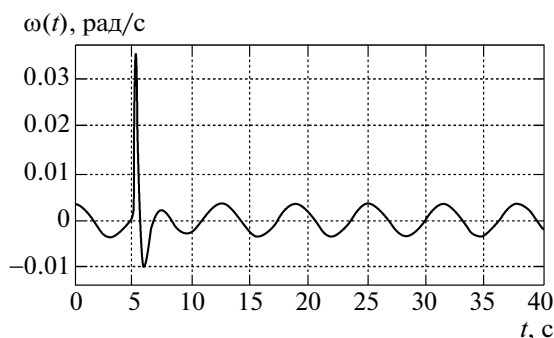


Рис. 2. Переходной процесс по  $\omega(t)$

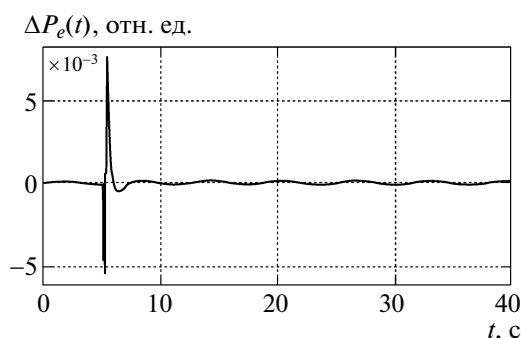
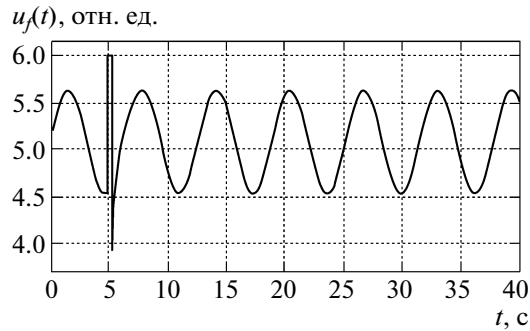
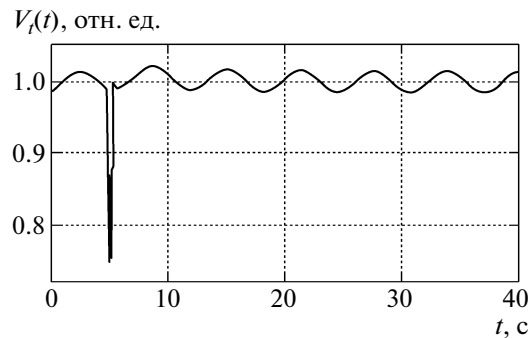


Рис. 3. Переходной процесс по  $\Delta P_e(t)$

вторное включение или подключается резервная линия с новым реактивным сопротивлением  $x_L$ . В отличие от [8, 9], положим, что новое реактивное сопротивление линии  $x_L = 0.9$  отн. ед. В таком случае алгоритм [8, 9] будет неработоспособным.

Пусть в модели электрического генератора (1.1)–(1.3) [8, 9]:  $\omega_0 = 314.159$  рад/с,  $D = 0$  отн. ед.,  $H = 4$  с,  $T_{d0} = 6.9$  с,  $k_c = 1$  отн. ед.,  $x_d = 1.863$  отн. ед.,  $x'_d = 0.257$  отн. ед.,  $x_T = 0.127$  отн. ед.,  $V_{t0} = 1$  отн. ед., начальные условия  $\delta(0) = 5\pi/18$  рад,  $\omega(0) = 0$  рад/с и  $\Delta P_e(0) = 0$  отн. ед.,  $1/T'_{d0} = 0.7$  1/с,  $T'_{d0}(Q_e(t) + V_s^2/x_{ds}) = 0.3$  отн. ед. Дополнительно зададим  $P_{m0}(t) = 0.9 + 0.1 \sin t$  отн. ед. Ограничения на управление, согласно [8, 9],  $-3 \leq u_f(t) \leq 6$  отн. ед. На рис. 1 приведены переходные процессы по углу на передаче  $\delta(t)$ , на рис. 2 – по относительной угловой скорости  $\omega(t)$ , на рис. 3 – по изменению активной мощности  $\Delta P_e(t)$ , на рис. 4 – по напряжению на обмотке возбуждения  $u_f(t)$  и на рис. 5 – по напряжению на зажимах статора  $V_f(t)$ .

Рис. 4. Переходной процесс по  $u_f(t)$ Рис. 5. Переходной процесс по  $V_f(t)$ 

Результаты моделирования показали, что существенное влияние на величины  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  в (1.4) оказывают коэффициент приведения  $k_c$  и ограничения на эквивалентную ЭДС обмотки возбуждения  $E_f(t)$ . При минимальном значении параметра  $k_c$  амплитуды сигналов в системе управления максимальны. В остальных случаях они принимают меньшие значения. Изменение других параметров модели (1.1)–(1.3) и  $P_m(t)$  в заданном классе неопределенности  $\Xi$  существенно не влияют на точность регулирования. Предложенная система управления обеспечивает лучшие показатели качества переходных процессов по сравнению с [8, 9], где измерению был доступен весь вектор состояния модели генератора, частично известны ее параметры, механическая мощность  $P_m$  была постоянной и после аварийной ситуации требуется точное восстановление (до аварийного значения) реактивного сопротивления линии передачи  $x_L$ . Причем в предложенном алгоритме для управления генератором достаточно измерять только относительную угловую скорость ротора  $\omega(t)$ . Выбором параметров  $\chi$  во вспомогательном контуре (2.6), законе управления (2.7),  $\mu$  в наблюдателе (2.8) можно получить требуемые величины  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  в целевом условии (1.4). Заметим, что колебательность переходных процессов в установившихся режимах (рис. 1–5) связана с тем, что механическая мощность генератора  $P_m(t)$  – нестационарная функция.

**Заключение.** Решена задача робастного управления электрическим генератором, математическая модель которого представлена дифференциально-алгебраическим уравнением третьего порядка с априорно неизвестными параметрами и внешним неконтролируемым возмущением, обусловленным действием нестационарной механической мощности. Компенсация неопределенности модели электрического генератора базируется на использовании подхода [15]. Применение данного подхода позволило выделить неопределенности и скомпенсировать их с заданной точностью, которая зависит от выбора параметров в системе управления и ограничений на эквивалентную ЭДС обмотки возбуждения  $E_f(t)$ .

Результаты компьютерного моделирования показали лучшие показатели качества переходных процессов в системе управления по сравнению с [8, 9], где измерению был доступен весь вектор состояния модели генератора, частично известны ее параметры, механическая мощность была постоянной и после аварийной ситуации требовалось восстановление прежнего значения

реактивного сопротивления  $x_L$  линии передачи. Причем для управления генератором достаточно измерять только относительную угловую скорость ротора генератора.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство утверждения. Введем вектор отклонений  $\eta(t) = \Gamma^{-1}(\xi(t) - \theta(t))$ , где  $\Gamma = \text{diag}\{\mu^2, \mu, 1\}$ . Продифференцировав  $\eta(t)$  по времени с учетом уравнения (2.8), получим:

$$\dot{\eta}(t) = \mu^{-1}G\dot{\eta}(t) + b_1\zeta^{(3)}(t), \quad \zeta(t) - \bar{\zeta}(t) = \mu^3 L_1\eta(t), \tag{П.1}$$

где  $b_1 = [0, 0, 1]^T$ . С учетом (П.1) преобразуем (2.5) к форме

$$\dot{x}(t) = A_m x(t) + b_2 q^T \Gamma \eta(t), \quad \omega(t) = L_2 x(t), \tag{П.2}$$

где  $x(t) \in R^2$ ,  $A_m$  – матрица в форме Фробениуса с характеристическим многочленом  $Q_m(\lambda)$ ,  $b_2 = [0, 1]^T$ ,  $L_2 = [1, 0]$ . Перепишем уравнения (П.1) и (П.2) в виде

$$\dot{x}(t) = A_m x(t) + b_2 g^T \Gamma \eta(t), \quad \mu_1 \dot{\eta}(t) = G\eta(t) + \mu_2 b_1 \zeta^{(3)}(t), \tag{П.3}$$

где  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ . Воспользуемся первой леммой в [20]. Для этого рассмотрим (П.3) при  $\mu_2 = 0$ . В этом случае система (П.3) асимптотически устойчива, и из [20] следует ограниченность сигнала  $\zeta^{(3)}(t)$ . Покажем ограниченность остальных функций в системе управления.

Поскольку  $\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t)| = 0$  и  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\eta(t)| = 0$ , то из (2.8) следует, что  $|\xi(t)| < \infty$ . Тогда из (2.7)  $|u_j(t)| < \infty$ , а из (2.6) вытекает ограниченность  $\bar{\omega}(t)$ ,  $\ddot{\omega}(t)$  и  $\ddot{\omega}(t)$ . В силу четвертого уравнения (1.3)  $|I_q(t)| < \infty$ . Из ограниченности  $u_j(t)$  и второго уравнения (1.3) следует ограниченность  $E_j(t)$ . Тогда из (1.2)  $|E_q(t)| < \infty$ , а из третьего и шестого уравнений (1.3) – ограниченность  $P_e(t)$  и  $I_f(t)$ . Поскольку  $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = 0$ , то из (1.1)  $|\delta(t)| < \infty$ . В силу предположения 2 и с учетом сделанных выводов,  $V_f(t)$ ,  $f(t)$  и  $\varphi(t)$  – ограниченные функции. Таким образом, в системе управления все сигналы ограниченные.

Так как условия первой леммы из [20] выполнены, то существует число  $\mu_0$ , такое, что при  $\mu_1 \leq \mu_0$  и  $\mu_2 \leq \mu_0$  все переменные в замкнутой системе ограничены. Однако из асимптотической устойчивости редуцированной модели (П.3) при  $\mu_2 = 0$  не следует асимптотическая устойчивость сингулярно-возмущенной системы (П.3) при  $\mu_2 > 0$ .

Рассмотрим теперь (П.3), когда  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ . Выберем функцию Ляпунова  $V(t) = V(x(t), \eta(t))$  в виде

$$V(t) = x^T(t)Px(t) + \eta^T(t)H\eta(t), \tag{П.4}$$

где матрицы  $P$  и  $H$  определяются из решений уравнений  $A_m^T P + PA_m = -Q_1$  и  $G^T H + HG = -Q_2$ ,  $Q_1 = Q_1^T > 0$ ,  $Q_2 = Q_2^T > 0$ . Возьмем производную по времени от (П.4) вдоль траекторий (П.3):

$$\dot{V}(t) = -x^T(t)Q_1x(t) + 2x^T(t)Pb_2g^T\Gamma\eta(t) - \mu_0^{-1}\eta^T(t)Q_2\eta(t) + 2\eta^T(t)Hb_1\zeta^{(3)}(t). \tag{П.5}$$

Воспользуемся оценками:

$$2x^T(t)Pb_2g^T\Gamma\eta(t) \leq 2\mu_0x^T(t)Pb_2g^T\Gamma(Pb_2g^T\Gamma)^T x(t) + 2\mu_0^{-1}\eta^T(t)\eta(t),$$

$$2\eta^T(t)Hb_1\zeta^{(3)}(t) \leq 2\mu_0^{-1}\eta^T(t)Hb_1b_1^T H\eta(t) + 2\mu_0|\zeta^{(3)}(t)|^2.$$

С учетом последних неравенств правую часть в (П.5) можно оценить как

$$\dot{V}(t) \leq -x^T(t)(Q_1 - 2\mu_0Pb_2g^T\Gamma(Pb_2g^T\Gamma)^T)x(t) - \mu_0^{-1}\eta^T(t)(Q_2 - 2Hb_1b_1^T H)\eta(t) + \mu_0\phi,$$

где  $\phi = 2 \sup_t |\zeta^{(3)}(t)|^2$ . Обозначим  $Q_3 = Q_1 - 2\mu_0Pb_2g^T\Gamma(Pb_2g^T\Gamma)^T$  и  $Q_4 = Q_2 - 2\mu_0Pb_2g^T\Gamma(Pb_2g^T\Gamma)^T$ . Легко видеть, что всегда существует число  $\mu_0 > 0$  такое, что  $Q_3 > 0$  и  $Q_4 > 0$ . Принимая во внимание (П.4), перепишем последнюю оценку производной функции Ляпунова  $\dot{V}(t)$  как  $\dot{V}(t) \leq -\gamma V(t) + \mu_0\phi$ , где



$$\gamma = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q_3)}{\lambda_{\max}(P)}, \frac{\lambda_{\min}(Q_4)}{\mu_0 \lambda_{\max}(H)} \right\}.$$

Решим последнее неравенство относительно  $V(t)$ :

$$V(t) \leq e^{-\gamma t} V(0) + \mu_0 \gamma^{-1} (1 - e^{-\gamma t}) \phi. \quad (\text{П.6})$$

Из (П.6) следует, что  $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) \leq \mu_0 \gamma^{-1} \phi$ . Тогда, в силу структуры (П.4) и (П.6)

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \leq \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(P)} (e^{-\gamma T} V(0) + \mu_0 (1 - e^{-\gamma T}) \gamma^{-1} \phi)}, \quad (\text{П.7})$$

где  $\lambda_{\min}(P)$  – наименьшее собственное число матрицы  $P$ . Кроме того, время, по истечении которого будет выполнено (1.4), определяется из соотношения

$$T = \frac{1}{\gamma} \ln \frac{\gamma V(0) - \mu_0 \phi}{\gamma (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 \lambda_{\min}(P) - \mu_0 \phi}. \quad (\text{П.8})$$

Оценки (П.7) и (П.8) достаточно грубы. Но из них видно, что, уменьшая число  $\mu_0$ , можно уменьшить требуемые значения  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $T$  в целевом условии (1.4).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дорофеев В.В., Макаров А.А.* Активно-адаптивная сеть – новое качество ЕЭС России // Энергоэксперт. 2009. № 4. С. 28–34.
2. *Кобец Б.Б., Волкова И.О., Огороков В.Р.* Smart grid как концепция инновационного развития электроэнергетики за рубежом // Энергоэксперт. 2010. № 2. С. 52–58.
3. *Butler F.* A Call to Order a Regulatory Perspective on the Smart Grid // IEEE Power & Energy Magazine. 2009. March/April. P. 16–93.
4. *Farhangi H.* The Path of the Smart Grid // IEEE Power & Energy Magazine. 2010. January/February. P. 18–28.
5. *Liserre M., Sauter T., Hung Y.J.* Future Energy Systems // IEEE Industrial Electronics Magazine. 2010. March. P. 18–37.
6. *Parks N.* Energy Efficiency and the Smart Grid // Environmental Science & Technology. 2009. May. P. 2999–3000.
7. *Wang J., Huang A.Q., Sung W. et al.* Smart Grid Technologies // IEEE Industrial Electronics Magazine. 2009. June. P. 16–23.
8. *Wang Y., Xie L., Hill D.J., Middleton R.H.* Robust Nonlinear Controller Design for Transient Stability Enhancement of Power Systems // Proc. of the 31st Conf. on Decision and Control. Arizona, 1992. P. 1117–1122.
9. *Guo Y., Hill D.J., Wang Y.* Global Transient Stability and Voltage Regulation for Power Systems // IEEE Trans. on Power Systems. 2001. V. 16. № 4. P. 678–688.
10. *Astolfi A., Galaz M., Ortega R. et al.* Transient Stabilization of Multimachine Power Systems with Nontrivial Transfer Conductance // IEEE Trans. on Automatic Control. 2005. V. 50. № 1. P. 60–75.
11. *Кузьменко А.А.* Нелинейное адаптивное управление турбогенератором // Изв. РАН. ТИСУ. 2008. № 1. С. 112–119.
12. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления. М.: Энергоатомиздат, 1994.
13. *Козлов В.Н., Шашихин В.Н.* Синтез координирующего робастного управления взаимосвязанными синхронными генераторами // Электричество. 2009. № 9. С. 20–26.
14. *Фуртат И.Б.* Робастное управление электрическим генератором с компенсацией возмущений // Изв. РАН. ТИСУ. 2011. № 5. С. 102–108.
15. *Цыкунов А.М.* Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // АиТ. 2007. № 7. С. 103–115.
16. *Wenhua L., Renjie D., Zhonghong W.* Integrated Optimal Control of Speed, Excitation and Load Sharing of Parallel Operating Diesel Generator Sets // Proc. of the 2nd IEEE International Conf. on Advances in Power System Control, Operation and Management. Hong Kong, 1993. V. 1. P. 142–146.
17. *Цыркин М.И., Гольдинер А.Я.* Дизельные агрегаты резервного электропитания. СПб.: Чистый лист, 2003.
18. *Павлов Г.М., Меркуров Г.В.* Автоматика энергосистем. СПб: Издание Центра подготовки кадров РАО “ЕЭС России”, 2001.
19. *Atassi A.N., Khalil H.K.* A Separation Principle for the Stabilization of Class of Nonlinear Systems // IEEE Trans. on Automatic Control. 1999. V. 44. № 9. P. 1672–1687.
20. *Брусин В.А.* Об одном классе сингулярно возмущенных адаптивных систем. 1 // АиТ. 1995. № 4. С. 119–127.