

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОВЕДЕНИЯ

**Д. А. Индейцев, Н. Г. Кузнецов,
О. В. Мотыгин, Ю. А. Мочалова**

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ ВОЛН



Издательство Санкт-Петербургского университета
2007

УДК 532.59+534.1+517.9

ББК 22.25+22.161.6

И60

Рецензент д-р физ.-мат. наук, проф. *Алексей Прохорович Киселев* (С.-Петербургское отделение математического института им. В.А.Стеклова Российской академии наук)

Печатается по постановлению Ученого совета Института проблем машиноведения Российской академии наук

Индейцев Д. А., Кузнецов Н. Г., Мотыгин О. В., Мочалова Ю. А.

И60 Локализация линейных волн. — СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2007. — 342 с.

ISBN 978-5-288-04384-0

В книге изложены основные принципы локализации линейных волн в сплошных средах при наличии препятствий и включений, обладающих собственной динамикой. Отличительной особенностью книги является подбор специального класса задач из области механики сплошной среды, включая задачи теории поверхностных волн, гидроупругости и механики деформируемого твердого тела, в которых удастся выделить основные условия образования локализованных мод колебаний. С математической точки зрения перечисленные задачи объединяет наличие точечных собственных значений (возможно, включенных в непрерывный спектр) для операторов краевых задач.

Книга представляет интерес для широкого круга научных сотрудников, изучающих волновые процессы в сплошных средах, а также может быть полезна для аспирантов и студентов старших курсов университетов.

ББК 22.25+22.161.6



Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 05-01-14029-д

© Д. А. Индейцев, Н. Г. Кузнецов,
О. В. Мотыгин, Ю. А. Мочалова, 2007

© Издательство С.-Петербургского
университета, 2007

ISBN 978-5-288-04384-0

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	7
Введение: классические примеры локализации	8
Часть I. Локализация волн в упругих телах	19
Глава 1. Волны в одномерных упругих конструкциях с сосредоточенными включениями	21
1.1. Колебание струны и балки Бернулли–Эйлера с сосредоточенными включениями	22
1.2. Балка Тимошенко на упругом основании с сосредоточенными упруго-массовыми включениями	33
1.3. Влияние локализованных мод на нестационарные волновые процессы в упругих телах с включениями	42
Глава 2. Локализация волн в одномерных конструкциях с распределенными включениями	49
2.1. Колебание струны с участком конечной длины, включающим упруго-массовый слой	49
2.2. Колебание балки с участком, включающим упруго-массовый слой	53
2.3. Колебания балки Бернулли–Эйлера, контактирующей с отсеком, заполненным идеальной сжимаемой жидкостью	57
Глава 3. Локализация волн в двумерных конструкциях с распределенными включениями	67
3.1. Колебания мембраны с распределенным по ее ширине массовым включением	68
3.2. Колебания мембраны с распределенным по ее длине включением	74
3.3. Колебания мембраны с распределенным массовым слоем по ее длине и ширине	84
3.4. Локализованные колебания жидкости в канале, содержащем мембрану	86

Глава 4. ВЫСОКОЧАСТОТНЫЕ ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ МОДЫ КОЛЕБАНИЙ В УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЯХ	93
4.1. Определение частот локализованных мод колебаний балки Бернулли–Эйлера выше частоты отсечки	94
4.2. Особенности формирования локализованных мод колебаний в балке Тимошенко с двумя упругими включениями	97
4.3. Смешанный спектр собственных частот колебаний в балочных конструкциях	100
4.4. Колебания жидкости в плоском канале с жесткими стенками с включением в виде массивного штампа	109
4.5. Колебания мембраны на полуограниченной полосе, заполненной идеальной сжимаемой жидкостью	120
Часть II. ЛОКАЛИЗАЦИЯ ВОЛН В ЖИДКОСТИ	129
Глава 5. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН	132
5.1. Математическая формулировка	132
5.1.1. Некоторые соглашения и обозначения	132
5.1.2. Уравнения движения и краевые условия	133
5.1.3. Энергия и ее поток	136
5.2. Задача о волнах малой амплитуды	138
5.2.1. Линеаризация, ее применимость и обоснование	138
5.2.2. Уравнения линейной теории волн	140
5.2.3. Краевое условие на смоченных твердых поверхностях	142
5.2.4. Общая формулировка линеаризованной задачи	144
5.3. Два типа локализованных мод поверхностных волн	144
5.3.1. Волны, распространяющиеся вдоль тел с прямолинейными горизонтальными образующими	145
5.3.2. Локализация волн вертикальными цилиндрами в каналах	148
Глава 6. ВОЛНЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИЕСЯ ВДОЛЬ БЕРЕГОВОЙ ЛИНИИ	150
6.1. Волны, распространяющиеся вдоль береговой линии над дном, имеющим постоянный угол наклона	152
6.1.1. Формулы для решений Стокса и Эрселла	152

6.1.2.	О единственности решений Стокса и Эрселла	154
6.2.	Волны, распространяющиеся вдоль береговой линии в слое, имеющем постоянную глубину на бесконечности	156
Глава 7. Локализация волн погруженными препятствиями . .		165
7.1.	Локализация волн погруженными горизонтальными поверхностями	165
7.1.1.	Локализация волн полностью погруженными горизонтальными цилиндрами	169
7.1.2.	Волны, локализованные препятствиями на дне . . .	172
7.2.	Оценки частот колебаний жидкости, локализованных вблизи горизонтальных цилиндров, ниже частоты отсечки	177
7.2.1.	Признак единственности	178
7.2.2.	Сингулярные пробные функции, оценки собственных частот	182
7.2.3.	Функция Грина в качестве пробной, оценки собственных частот	187
7.2.4.	Сравнение с известными оценками и примерами локализованных мод	195
7.3.	Оценки частот локализованных мод колебаний жидкости в присутствии погруженных тел ниже и выше частоты отсечки	198
7.3.1.	Признак единственности	199
7.3.2.	Оценки производных функции Грина	204
7.3.3.	Оценки частот локализованных мод	207
7.4.	Вертикальные цилиндрические тела, погруженные в канал	210
7.4.1.	Существование локализованных волн	214
7.4.2.	Примеры	217
Глава 8. Локализация волн частично погруженными телами		221
8.1.	Теоремы единственности	221
8.1.1.	Частоты ниже частоты отсечки	223
8.1.2.	Частоты выше частоты отсечки	226
8.2.	Примеры локализации волн (I)	231
8.2.1.	Построение примеров неединственности	231

8.2.2.	Численные результаты	233
8.2.3.	Локализация при малых значениях параметра k . .	240
8.3.	Примеры локализации волн (II)	243
8.3.1.	Примеры неединственности выше частоты отсечки	245
8.3.2.	Структура линий тока для задачи о нормальном набегании волн	253
8.3.3.	Примеры неединственности ниже частоты отсечки	259
Глава 9.	Волны на ограниченной свободной поверхности	268
9.1.	Колебания жидкости под твердой крышкой с двумя проре- зьями	268
9.1.1.	Постановка задачи	268
9.1.2.	Вспомогательные утверждения	271
9.2.	Спектральные задачи для интегральных операторов	276
9.2.1.	Антисимметричные моды	276
9.2.2.	Симметричные моды	280
9.3.	Свойства собственных значений	285
9.3.1.	О простоте собственных значений (I)	285
9.3.2.	Монотонная зависимость собственных значений от расстояния между прорезьями	287
9.3.3.	Пределы собственных значений	290
9.3.4.	О простоте собственных значений (II)	300
9.4.	Численные результаты и обобщения	302
9.4.1.	Описание численных процедур	302
9.4.2.	Другие краевые задачи	305
9.5.	О фундаментальном собственном значении для канала про- извольного поперечного сечения	308
9.5.1.	Вариационный принцип для функции тока	309
9.5.2.	Доказательство основной теоремы	311
Литература		316
Предметный указатель		334